

Exercises

Recorder: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
 $(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$
 $(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$
 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
 $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

Recorder:

$$\left\{ \begin{aligned} (a+b)^3 &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\ &= a^3 + b^3 + 3ab(a+b) \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} (a-b)^3 &= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \\ &= a^3 - b^3 - 3ab(a-b) \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} a^3 + b^3 &= (a+b)(a^2 - ab + b^2) \\ a^3 - b^3 &= (a-b)(a^2 + ab + b^2) \end{aligned} \right.$$

(15) Calcule el valor de "a" en el siguiente polinomio completo.

$$Q(x) = 2x + x^{a+2} + x^2 - 4$$

→ Polinomio completo → tiene todos los exponentes de la variable (incluido el exponente cero)

$$Q(x) = 2x^1 + x^{a+2} + x^2 - 4x^0$$

$$\hookrightarrow a+2=3 \rightarrow \boxed{a=1}$$

(16) En el siguiente polinomio mónico, halle el valor de "a".

$$M(x) = ax^3 + (a-3)x^5 + ax - 4$$

polinomio mónico = coeficiente 1 en el exponente principal (mayor)

$$\hookrightarrow a-3=1 \rightarrow \boxed{a=4}$$

(17) Halle el valor de "a" en el siguiente polinomio mónico.

$$R(x) = (a^3 - 7)x^5 + ax^2 + a^2 - 1$$

$$\hookrightarrow R(x) = (a^3 - 7)x^5 + ax^2 + (a^2 - 1)x^0$$

$$\hookrightarrow a^3 - 7 = 1 \rightarrow a^3 = 8 \rightarrow \boxed{a=2}$$

(18) El siguiente polinomio tiene grado de homogeneidad 9, halle el valor de "n".

$$P(x; y) = 4x^n y^4 - 3x^{n-2} y^6 + 7x y^{n+3}$$

→ Polinomio homogéneo = todos sus monomios tienen igual GA.

$$\rightarrow \text{grado de homogeneidad} = GA = 9$$

$$\hookrightarrow n+4=9 \rightarrow \boxed{n=5}$$

(19) Efectuar:
 $M = (x-4)^2 + 8(x-1) - x^2$

$$\hookrightarrow M = x^2 - 8x + 16 + 8x - 8 - x^2$$

$$\boxed{M=8}$$

(20) Reducir:
 $Q = (x+1)^2 + (x+4)^2 - 2(x^2+9x) + 3$

$$\hookrightarrow Q = \underline{x^2 + 2x + 1} + \underline{x^2 + 8x + 16} + \underline{2x^2} - \underline{18x} + 3$$

$$\boxed{Q = -8x + 20}$$

(21) Halla el valor de:

$$R = (\sqrt{3}+1)^2 + (\sqrt{3}-1)^2 - 5$$

$$\hookrightarrow R = 3 + 2\sqrt{3} + 1 + 3 - 2\sqrt{3} + 1 - 5$$

$$\boxed{R = 3}$$

(22) Efectúa:

$$A = x^2 - (x+y)^2 + 2xy + y^2$$

$$\hookrightarrow A = x^2 - (x^2 + 2xy + y^2) + 2xy + y^2$$

$$A = x^2 - x^2 - 2xy - y^2 + 2xy + y^2$$

$$\boxed{A = 0}$$

(23) Reduce: $\frac{(3a+b)^2 + (3a-b)^2}{9a^2+b^2}$

$$\rightarrow \frac{9a^2 + 6ab + b^2 + 9a^2 - 6ab + b^2}{9a^2 + b^2}$$

$$= \frac{18a^2 + 2b^2}{9a^2 + b^2} = \frac{2(9a^2 + b^2)}{(9a^2 + b^2)} = 2$$

$$\begin{aligned}
 (24) \text{ Efectúa: } & \frac{(3a+b)^2 - (3a-b)^2}{3ab} \\
 & = \frac{9a^2 + 6ab + b^2 - (9a^2 - 6ab + b^2)}{3ab} \\
 & = \frac{9a^2 + 6ab + b^2 - 9a^2 + 6ab - b^2}{3ab} \\
 & = \frac{12ab}{3ab} = 4
 \end{aligned}$$

(25) Si: $P = (x+1)^3$; $Q = (x-1)^3$
 Calcula $P - Q$.

$$\begin{aligned}
 \rightarrow & (x+1)^3 - (x-1)^3 \\
 & = x^3 + 3x^2 + 3x + 1 - (x^3 - 3x^2 + 3x - 1) \\
 & = \cancel{x^3} + 3x^2 + 3x + 1 - \cancel{x^3} + 3x^2 - 3x + 1 \\
 & = 6x^2 + 2
 \end{aligned}$$

(26) Si: $x+y=4$; $xy=2$; obtener el valor de x^3+y^3 .

$$\rightarrow (x+y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

$$(x+y)^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x+y)$$

$$(4)^3 = x^3 + y^3 + 3(2)(4)$$

$$64 = x^3 + y^3 + 24 \rightarrow \boxed{40 = x^3 + y^3}$$

(27) Si: $x-y=5$; $xy=1$; obtener el valor de " x^3-y^3 "

$$\rightarrow (x-y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$

$$(x-y)^3 = x^3 - y^3 - 3xy(x-y)$$

$$(5)^3 = x^3 - y^3 - 3(1)(5)$$

$$125 = x^3 - y^3 - 15 \rightarrow \boxed{140 = x^3 - y^3}$$

(28) Efectúa: $A = (x^2 + 2y)^3$

$$\rightarrow A = (x^2)^3 + 3(x^2)^2(2y) + 3(x^2)(2y)^2 + (2y)^3$$

$$A = x^6 + 6x^4y + 12x^2y^2 + 8y^3$$

(29) Efectúa: $A = (x^3 - 3y^2)^3$

$$\rightarrow A = (x^3)^3 - 3(x^3)^2(3y^2) + 3(x^3)(3y^2)^2 - (3y^2)^3$$

$$A = x^9 - 9x^6y^2 + 27x^3y^4 - 27y^6$$

(30) Simplifica: $E = (\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)(x^2+x+1)(x^3+1)$

$$\rightarrow E = (x-1)(x^2+x+1)(x^3+1)$$

$$E = (x^3-1)(x^3+1)$$

$$\boxed{E = x^6 - 1}$$

31

Efectúa:

$$H = (x+3)(x+4) - (x+1)(x+6)$$

$$H = x^2 + 7x + 12 - (x^2 + 7x + 6)$$

$$H = x^2 + 7x + 12 - x^2 - 7x - 6$$

$$H = 6$$

32

Simplificar:

$$C = \frac{(x+3)^2 - (x+1)(x+5)}{2}$$

$$C = \frac{x^2 + 6x + 9 - (x^2 + 6x + 5)}{2}$$

$$C = \frac{x^2 + 6x + 9 - x^2 - 6x - 5}{2}$$

$$C = \frac{4}{2}$$

$$C = 2$$

33

Se conoce el siguiente polinomio:

$$P(x; y) = mx + ny + 3x - 2y$$

Si $P(x; y)$ es un polinomio idénticamente nulo.Hallar $3m - 2n$

$$P(x; y) \equiv 0 \rightarrow P(x; y) = (m+3)x + (n-2)y$$

$$\left. \begin{array}{l} m+3=0 \rightarrow m=-3 \\ n-2=0 \rightarrow n=2 \end{array} \right\} 3m-2n = 3(-3) - 2(2) = -13$$

34

Si $M(x) \equiv 0$; además:

$$M(x) = (a-3)x^2 + (b-1)x + (c-7)$$

Hallar "a-b+c"

$$M(x) \equiv 0 \rightarrow \begin{cases} a-3=0 \rightarrow a=3 \\ b-1=0 \rightarrow b=1 \\ c-7=0 \rightarrow c=7 \end{cases} \left. \begin{array}{l} a-b+c = \\ 3-1+7 = \end{array} \right\} 9$$

35

Dado el polinomio completo y ordenado de forma decreciente: $P(x) = 4x^{a-1} - 7x^{b+1} + 6x^{c-2} + 12x^{d-3}$ Hallar el valor de: $ab+cd$.

$$P(x) \rightarrow \begin{cases} \text{Completo} \\ \text{ordenado} \\ \text{decreciente} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} d-3=0 \\ c-2=1 \\ b+1=2 \\ a-1=3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} d=3 \\ c=3 \\ b=1 \\ a=4 \end{cases}$$

$$\rightarrow ab+cd = (4)(1) + (3)(3) = 4+9 = 13$$

36 Si el siguiente polinomio de 10 términos es completo y ordenado: $P(x) = x^{n+3} + 31x^{n+2} + \dots + 7x^{b-6} + 2020$
 Calcular "n+b"

$$P(x) = \begin{cases} 10 \text{ términos} \\ \text{Completo} \\ \text{ordenado} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} b-6=1 \\ n+3=9 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} b=7 \\ n=6 \end{cases} \rightarrow n+b=13$$

37 Dado: $P(x) = 3x(x+6)+2$;
 $Q(x) = ax^2+bx+c$

Si se cumple: $P(x) \equiv Q(x)$

Hallar: $a+b-c$

$$\rightarrow P(x) = 3x(x+6)+2 = 3x^2 + 18x + 2$$

$$\rightarrow P(x) \equiv Q(x) \rightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=18 \\ c=2 \end{cases} \rightarrow a+b-c = 3+18-2 = 19$$

38 Calcular "a+b+c" si:

$$(a-3)x^4 + (b^6-5)x^2 + (c-1) \equiv 5x^4 + 22x^2 + 3$$

$$\rightarrow \begin{cases} a-3=5 \rightarrow a=8 \\ b^6-5=22 \rightarrow b^6=27 \rightarrow b^3=3 \rightarrow b=3 \\ c-1=3 \rightarrow c=4 \end{cases}$$

$$\rightarrow a+b+c = 8+3+4 = 15$$

39) En el siguiente Monomio:

$$A(x; y) = -7x^3y^8z^5$$

$$\text{Calcula: GR}(x) + \text{GR}(y) + \text{GR}(z)$$

$$A(x; y) = -7x^3y^8z^5$$

$$\text{GR}(x) + \text{GR}(y) + \text{GR}(z)$$

$$\downarrow + \downarrow + \downarrow = 22$$

40) En el polinomio:

$$A(x; y) = 4x^3y^5 + 7x^7y^2 - 4x^4 + y^{11}$$

$$\text{Halla: GR}(x) + \text{GR}(y) + \text{GR}(A)$$

$$A(x; y) = 4x^3y^5 + 7x^7y^2 - 4x^4 + y^{11}$$

$$\text{GR}(x) + \text{GR}(y) + \text{GR}(A)$$

$$\downarrow + \downarrow + \downarrow = 29$$

41) En: $A(x; y) = 3x^{a-3} - 3y^2 + 4x^{a+3} + 3y^{a+1}$
Si el grado relativo de "x" es 6, hallar el grado relativo de "y".

$$A(x; y) = 3x^{a-3} - 3y^2 + 4x^{a+3} + 3y^{a+1}$$

$$\text{GR}(x) = 6 \rightarrow a+3 = 6 \rightarrow a = 3$$

$$\text{GR}(y) = a+1 = 3+1 = 4$$

42 En el polinomio:

$$A(x,y) = mx^{m+4} + ny^{n-1} + x^2y^4 + 15$$

Se sabe que el grado relativo a "x" es 7 y el grado relativo a "y" es 5. Hallar la suma de los coeficientes de $A(x,y)$.

$$A(x,y) = mx^{m+4} + ny^{n-1} + x^2y^4 + 15$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{GR}(x) = 7 \rightarrow m+4 = 7 \rightarrow m = 3 \\ \text{GR}(y) = 5 \rightarrow n-1 = 5 \rightarrow n = 6 \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow A(x,y) = 3x^7 + 6y^5 + x^2y^4 + 15$$

Suma de Coeficientes = $A(1;1)$

$$\Rightarrow A(1;1) = 3(1)^7 + 6(1)^5 + (1)^2(1)^4 + 15$$

$$\boxed{A(1;1) = 3 + 6 + 1 + 15 = 25}$$