IESTP “ALMIRANTE MIGUEL GRAU DE PIURA”

PROGRAMA DE NIVELACIÓN PRETECNO GRAU 2022

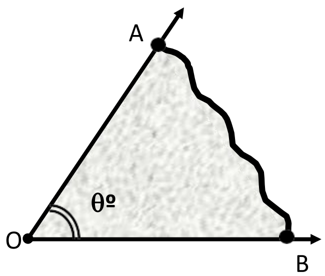
GEOMETRÍA
Y TRIGONOMETRÍA

10 DE ENERO AL 04 DE MARZO 2022

2022

SEMANA 01: ÁNGULOS

CONCEPTO: Es la unión de dos líneas cuyo origen es compartido. De esta manera, un ángulo está formado por los dos lados que lo forman y por su origen o vértice, es decir, el punto de unión. Para su denominación se suelen utilizar letras mayúsculas. Así, el ángulo AOB sería el formado por el vértice A y el vértice B, siendo O el origen de A y B.



NOTACIÓN:

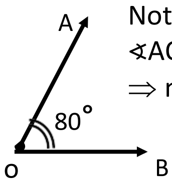
∢AOB : Ángulo AOB ó $\widehat{AOB}$: Ángulo AOB

m∢AOB : Medida del ángulo AOB

$\Rightarrow$ m∢AOB = θ

Sabías que:

Ejm 1:

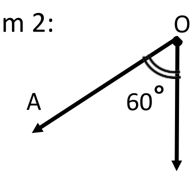


Notación:

∢AOB: Ángulo AOB = 80°

$\Rightarrow$ m∢AOB = 80°

Ejm 2:



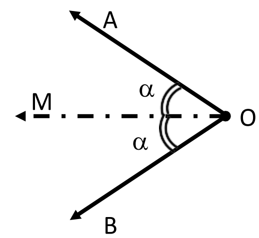
Notación:

∢AOB: Ángulo AOB = 60°

$\Rightarrow$ m∢AOB = 60°

BISECTRIZ DE UN ÁNGULO: Es la recta que, pasando por el vértice del ángulo, lo divide en dos ángulos iguales.

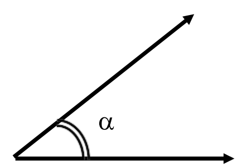
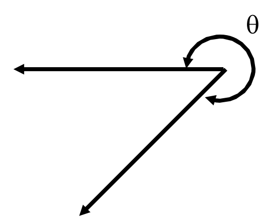
$\overrightarrow{OM}$: Bisectriz



Es decir:
m∢AOM = m∢MOB = α

CLASIFICACIÓN DE LOS ÁNGULOS

Los ángulos en geometría. Se dividen en Ángulos convexos y ángulos no convexos (cóncavos).

Ángulos Convexos	**Áng. No-Convexo**
	
$0° < \alpha < 180°$	$180° < \theta < 360°$

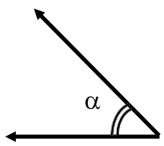
Ejm:
* 30°
* 90°
* ……………
* ……………
* ……………

Ejm:
* 190°
* 300°
* ……………
* ……………
* ……………

CLASIFICACIÓN DE LOS ÁNGULOS CONVEXOS:

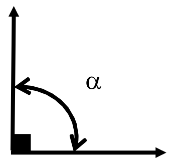
a) Según sus Medidas:

a.1 ∢Agudo



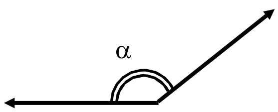
$0° < \alpha < 90°$

a.2 ∢Recto



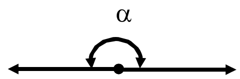
$\alpha = 90°$

a.3 ∢Obtuso



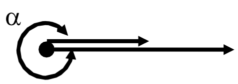
$90° < \alpha < 180°$

a.4 ∢Llano



$\alpha = 180°$

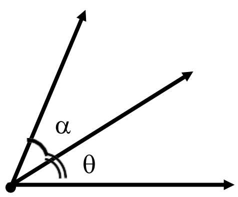
a.5 ∢De una Vuelta



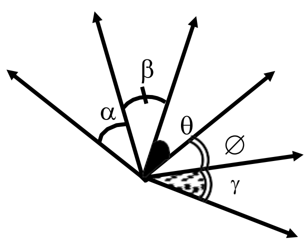
$\alpha = 360°$

b) Según sus lados y la suma de sus medidas:

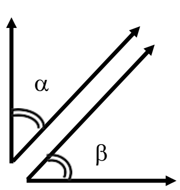
b.1 ∢Adyacentes



b.2 ∢Consecutivos

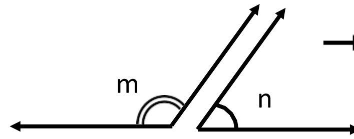


b.3 ∢Complementarios



→ $\alpha + \beta = 90°$

b.4 ∢Suplementarios



→ $m + n = 180°$

Ejm de ángulos complementarios:

$C_{20°}$	=	90° - 20°	=	70°
$C_{50°}$	=	....	=	....
$C_{70°}$	=	....	=	....
$CC_{60°}$	=	....	=	....
$CC_{80°}$	=	....	=	....

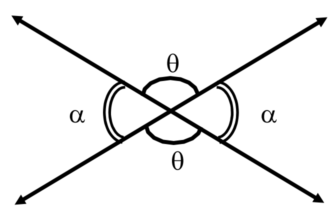
$C\alpha = 90° - \alpha$

Ejm de ángulos suplementarios:

$S_{20°}$	=	180° - 20°	=	....
$S_{30°}$	=	....	=	....
$S_{150°}$	=	....	=	....
$S_{36°}$	=	....	=	....
$SS_{10°}$	=	....	=	....

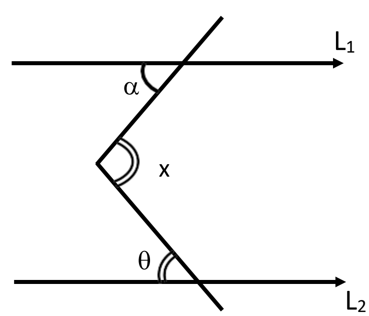
$S\theta = 180° - \theta$

b.5 Ángulos Opuestos por el Vértice

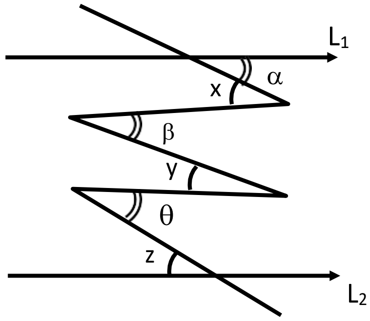


ANGULOS ENTRE RECTAS PARALELAS:

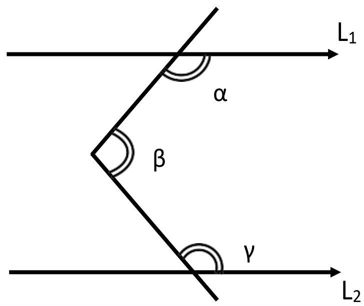
PROPIEDADES : Si ; $\overrightarrow{L_1} // \overrightarrow{L_2}$



$x = \alpha + \theta$



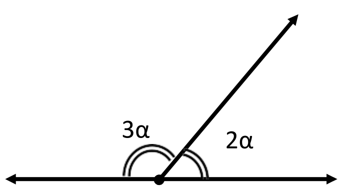
$$\boxed{x + y + z = \alpha + \beta + \theta}$$



$$\boxed{\alpha + \beta + \gamma = 360°}$$

EJERCICIOS DESARROLLADOS

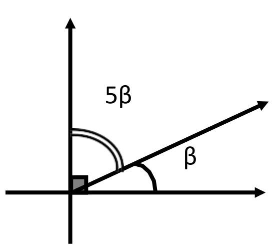
1. Del Gráfico, calcular "α".
   a) 18°
   b) 36°
   c) 54°
   d) 60°
   e) 30°



Solución:
Se aprecia en la imagen que los ángulos 3α y 2α son suplementarios, es decir suman 180°.

$3\alpha + 2\alpha = 180°$
$5\alpha = 180$
$\alpha = 180°/5$
α=36° ⇒ **Rpta: b)**

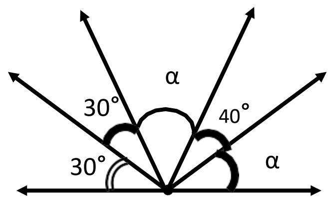
2. Calcular "β"
   a) 15°
   b) 20°
   c) 30°
   d) 18°
   e) 36°



Solución:
En este caso los ángulos 5β y β son complementarios, es decir su suma es 90°.

$5\beta + \beta = 90°$
$6\beta = 90°$
$\beta = 90°/6$
β=15° ⇒ **Rpta: a)**

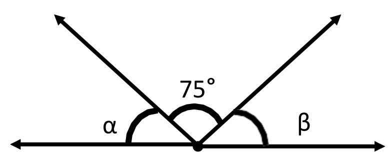
3. Calcular "α"
   a) 20°
   b) 40°
   c) 60°
   d) 80°
   e) 70°



Solución:
Se tienen ángulos secuenciales cuya sumatoria es igual a 180°.

$30° + 30° + \alpha + 40° + \alpha = 180°$
$100° + 2\alpha = 180°$
$2\alpha = 180° - 100° = 80°$
$\alpha = 80°/2$
α = 40° ⇒ **Rpta: b)**

4. Del gráfico, adjunto; cuál de las relaciones se cumple:



a) $\alpha + \beta = 105°$
b) $\alpha - \beta = 180°$
c) $\dfrac{\alpha+\beta}{2} = 20°$
d) $\dfrac{\alpha-\beta}{5} = 20°$
e) $\alpha + \beta = 90°$

Solución:
Podemos apreciar que la suma de los ángulos suma 180, es decir:

$\alpha + \beta + 75° = 180°$
$\alpha + \beta = 180° - 75°$
α + β = 105° ⇒ **Rpta: a)**

5. Se tiene un ángulo en el cual la suma de su complemento y su suplemento es tres veces el

valor del ángulo, calcular el suplemento del complemento del ángulo en mención.

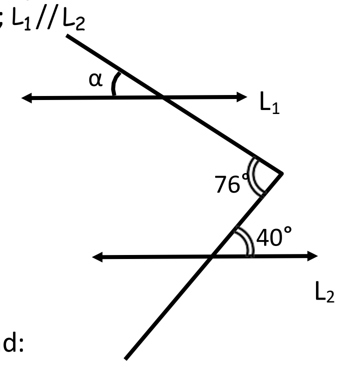
a) 120° b) 124° c) 144°
d) 126° e) 108°

Solución:
Consideremos el ángulo θ,
Según enunciado, Cθ + Sθ = 3θ
Tener en cuenta que: Cθ = 90°-θ y Sθ = 180°-θ

Entonces:
90°- θ +180°- θ =3θ
270°=3θ +2θ
5θ =270
θ=270/5
θ=54°

Hallando SCθ = 180°-(90°- θ) = 180°-(90°-54°)
SCθ =180°-36°
SCθ = 144° ⇒ **Rpta: c)**

6. Calcular "α" ; $\overrightarrow{L_1}//\overrightarrow{L_2}$

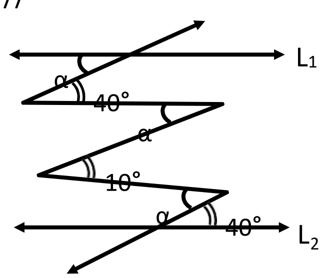


a) 26°
b) 32°
c) 36°
d) 40°
e) 18°

Solución:
Por propiedad:

α+40°=76°
α=76°-40°
α=36° ⇒ **Rpta: c)**

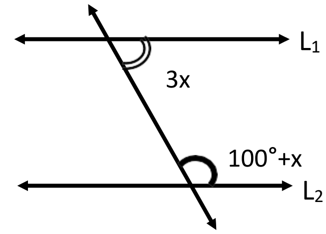
7. Calcular "α"; $\overrightarrow{L_1}//\overrightarrow{L_2}$



a) 60°
b) 36°
c) 15°
d) 30°
e) 18°

Solución:
Por propiedad:
α+α+α=40°+10°+40°
3α=90°
α=90°/3
α=30°⇒ **Rpta: d)**

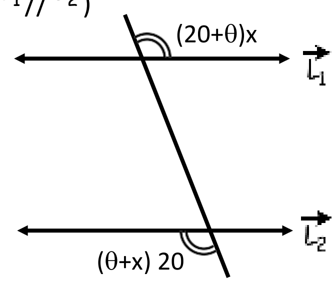
8. Calcular "x", $\overrightarrow{L_1}//\overrightarrow{L_2}$



a) 10°
b) 20°
c) 35°
d) 40°
e) 80°

Solución:
Por propiedad de ángulos suplementarios:
3x°+100°+x°=180°
4x°=180°-100°
x°=80°/4
x°=20° ⇒ **Rpta: b)**

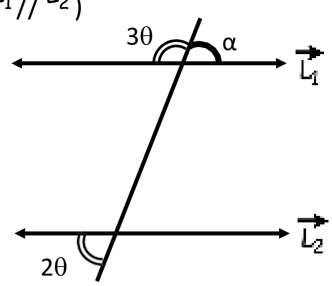
9. Calcular "x"; ($\overrightarrow{L_1}//\overrightarrow{L_2}$)



a) 60
b) 40
c) 20
d) 65
e) 30

Solución:
Por ángulos opuestos (iguales)
(20+θ)x=(θ+x)20
$\cancel{20}x+\theta x=20\theta+\cancel{20}x$
x=20 ⇒ **Rpta: c)**

10. Calcular "α" ; ($\overrightarrow{L_1}//\overrightarrow{L_2}$)



a) 54°
b) 36°
c) 64°
d) 72°
e) 108°

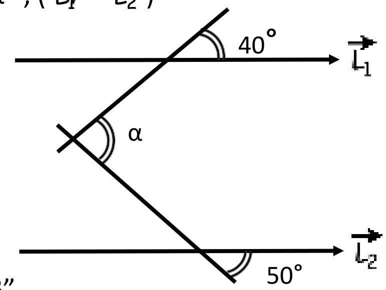
Solución:
Según figura:
2θ+3θ=180°
5θ=180°
θ=180°/5
θ=36°

3θ°+α=180°
3(36°)+α=180°
α=180°-108°
α=72° ⇒ **Rpta: e)**

EJERCICIOS PROPUESTOS

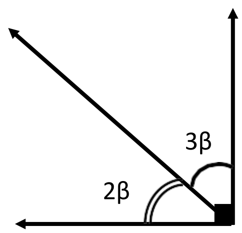
1. Calcular "α" , ($\overrightarrow{L_1} // \overrightarrow{L_2}$)

   a) 50°
   b) 60°
   c) 75°
   d) 90°
   e) 45°



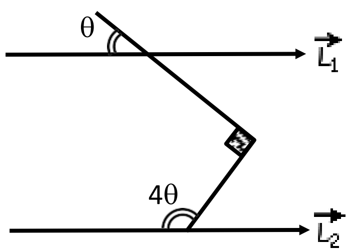
2. Calcular "β"

   a) 18°
   b) 36°
   c) 10°
   d) 15°
   e) 22°



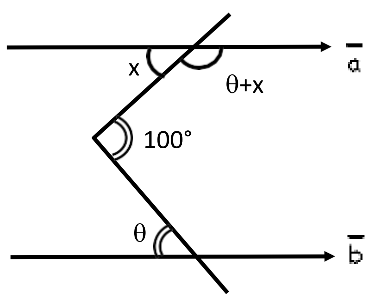
3. Calcular "θ" ; Si : ($\overrightarrow{L_1} // \overrightarrow{L_2}$)

   a) 15°
   b) 30°
   c) 60°
   d) 45°
   e) 80°



4. Calcular "x" ; ($\overline{a} // \overline{b}$)

   a) 60°
   b) 40°
   c) 20°
   d) 80°
   e) 100°

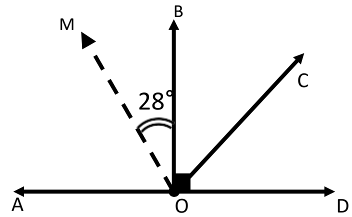


5. La suma del complemento y el suplemento de cierto ángulo es igual a 110°, calcular la medida de dicho ángulo.

   a) 40° b) 50° c) 60°
   d) 70° e) 80°

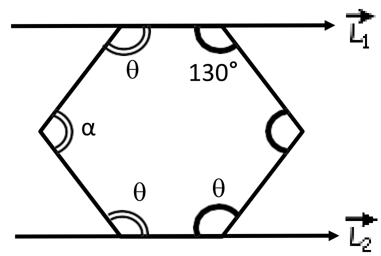
6. En la figura, $\overrightarrow{OM}$ es bisectriz del ángulo AOC. Hallar la m∢COD.

   a) 46°
   b) 56°
   c) 60°
   d) 66°
   e) 18°



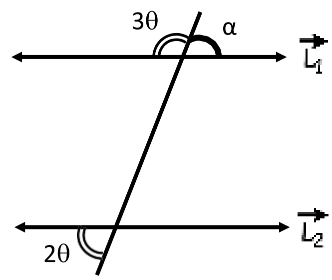
7. Calcular "α" , $\overrightarrow{L_1} // \overrightarrow{L_2}$

   a) 40°
   b) 80°
   c) 120°
   d) 100°
   e) 130°



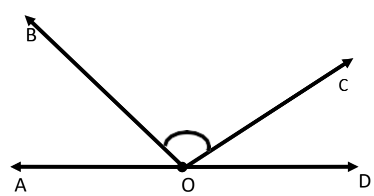
8. Calcular "α" ; ($\overrightarrow{L_1} // \overrightarrow{L_2}$)

   a) 54°
   b) 36°
   c) 64°
   d) 72°
   e) 108°



9. Dados los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD. Calcular la medida del ángulo formado por las bisectrices de los ángulos AOB y COD. Si m∢BOC = 100°.

   a) 100°
   b) 150°
   c) 140°
   d) 135°
   e) 160°



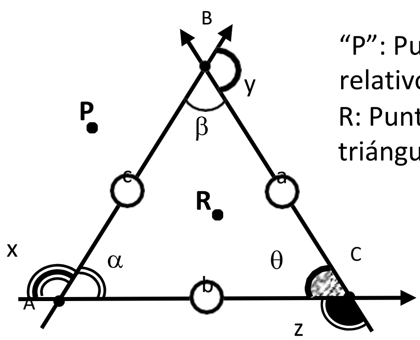
10. Si el suplemento del suplemento del complemento de un ángulo mide 20°, Calcular el suplemento del complemento del complemento de dicho ángulo.

   a) 50° d) 110°
   b) 90° e) 10°
   c) 80°

SEMANA 02: TRIÁNGULOS

CONCEPTO:

Se denomina triángulo, a la figura geométrica determinada al unir tres puntos no colineales mediante segmentos de recta. El perímetro de un triángulo, es la suma de las medidas de sus lados.



"P": Punto exterior relativo al lado $\overline{BC}$

R: Punto interior al triángulo ABC

Elementos:

- Vértices: A, B, C
- Lados : $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{AC}$ (a, b, c)
- Medidas de los ángulos internos: α, β, θ
- Medidas de los ángulos externos: x, y, z
- Perímetro: 2p

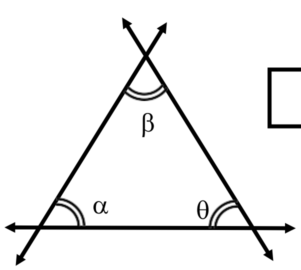
$\Rightarrow \quad 2p = a + b + c$

Además, notación:

$\Rightarrow \Delta ABC$ = Triángulo ABC

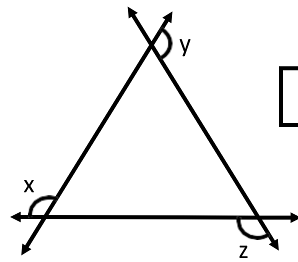
PROPIEDADES

a) En todo triángulo se cumple que la suma de medidas de los ángulos internos es 180°.



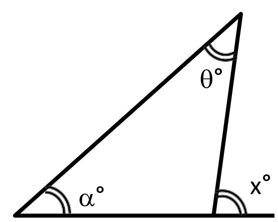
$$\boxed{\alpha + \beta + \theta = 180°}$$

b) La suma de las medidas de los ángulos externos de un triángulo, (uno en cada vértice) siempre es igual a 360°.



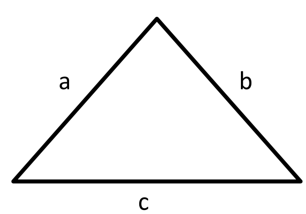
$$\boxed{x + y + z = 360°}$$

c) En todo triángulo se cumple que la medida de un ángulo externo es la suma de las medidas de los ángulos internos adyacentes al exterior.



$$\boxed{x = \alpha° + \theta°}$$

d) Propiedad de Existencia del triángulo: En todo triángulo se cumple que la medida de un lado es menor que la suma de las medidas de los otros dos y mayor que su diferencia.



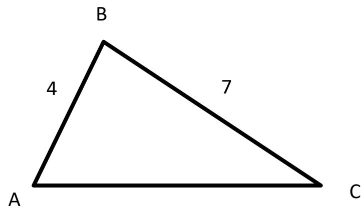
$\rightarrow b - c < a < b + c$

$\rightarrow a - c < b < a + c$

$\rightarrow a - b < c < a + b$

Ejemplo:

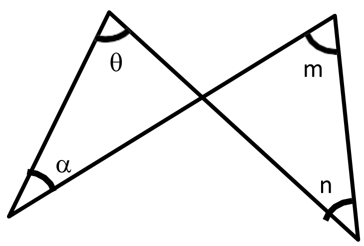
Calcular el máximo valor entero del lado $\overline{AC}$ del ΔABC.



....
....
....
....

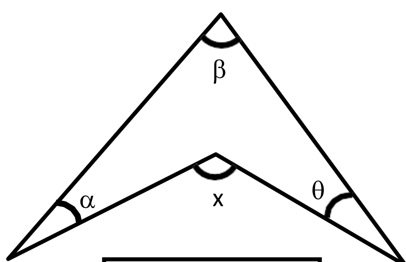
e) Propiedades Adicionales

I)



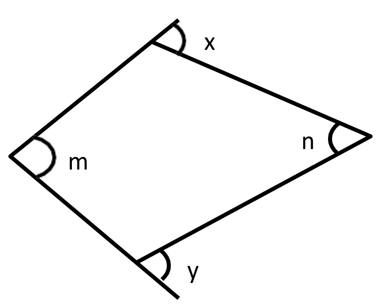
$\boxed{\alpha + \theta = m + n}$

II)



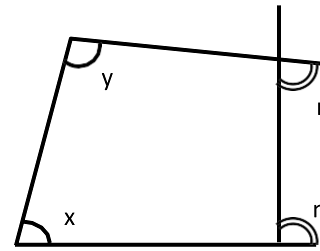
$\boxed{x = \alpha + \beta + \theta}$

III)



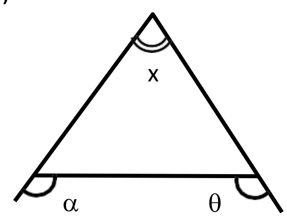
$\boxed{x + y = m + n}$

IV)



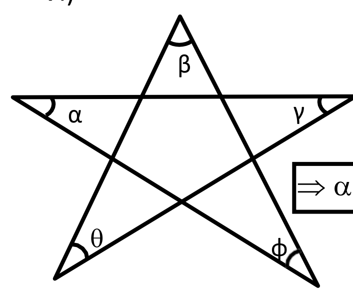
$\boxed{\Rightarrow x + y = m + n}$

V)



$\boxed{\Rightarrow 180° + x = \alpha + \theta}$

VI)

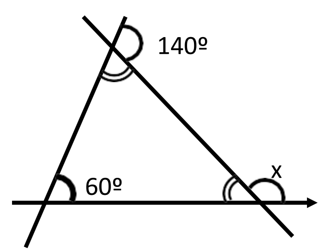


$\boxed{\Rightarrow \alpha + \beta + \gamma + \theta + \phi = 180°}$

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. En la figura. Calcular "x"

a) 100°
b) 120°
c) 130°
d) 140°
e) 150°



Solución:
Por propiedad adicional (VI), se tiene:
180° + 60° = 140°+x°
240° = 140°+x°
x = 240°-140°
x=100° ⇒ **Rpta: d)**

2. Determinar el menor ángulo interior de un triángulo, sabiendo que son tres números consecutivos.

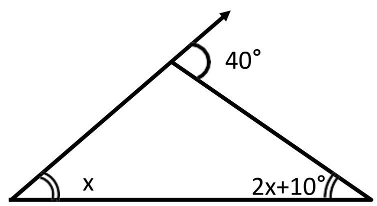
a) 60° b) 39° c) 69°
d) 59° e) 61°

Solución:
Si "x" es el menor ángulo de un triángulo, entonces los otros ángulos son "x+1°" y "x+2°". Teniendo en cuenta que la suma de los ángulos internos suma 180°.

$x+x+1°+x+2° = 180°$
$3x+3°=180°$
$3x=180°-3°=177°$
$x=177°/3$
$x=59°$ $\Rightarrow$ **Rpta: d)**

3. Determine el valor del ángulo "x"

a) 10°
b) 5°
c) 15°
d) 20°
e) 30°

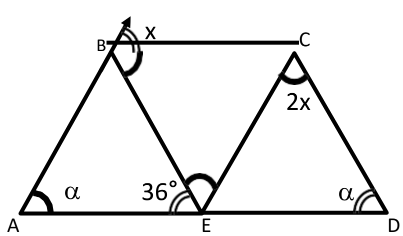


Solución:
Por propiedad: **Suma de ángulos internos igual al ángulo externo.**

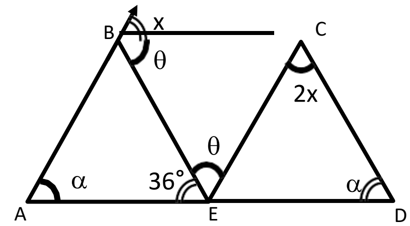
$x+2x+10° = 40°$
$3x = 40°-10°$
$3x = 30°$
$x=10°$ $\Rightarrow$ **Rpta: a)**

4. Calcular "x", Si: m∢CBE = m∢BEC

a) 108°
b) 72°
c) 36°
d) 24°
e) 12°



Solución:
Considerar m∢CBE = m∢BEC = θ



En el ΔABE
$\alpha+36°=\theta+x$
$\alpha-\theta+36°=x$ (1)

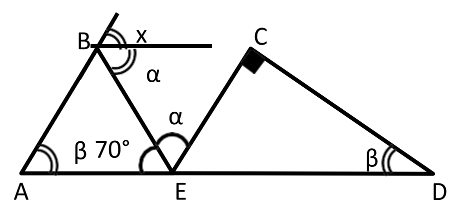
En el ΔCDE
$2x+\alpha=36°+\theta$ (2)

Reemplacemos (1) en (2)
$2(\alpha-\theta+36°)+\alpha=36°+\theta$
$2\alpha-2\theta+72°+\alpha=36°+\theta$
$3\alpha+72°-36°=3\theta$
$3\theta-3\alpha=36°$
$\theta-\alpha=12°$

En la ecuación (1)
$x= \alpha-\theta+36° = -(\theta-\alpha)+36°$
$x=-12°+36°$
$x=24°$ $\Rightarrow$ **Rpta: d)**

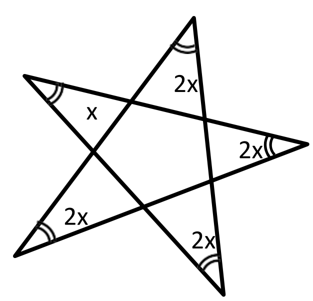
5. Calcular "x"

a) 100º
b) 75º
c) 25º
d) 70º
e) 50º

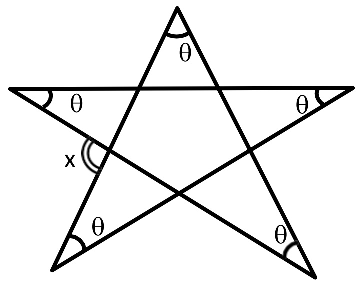


6. Calcular "x"

a) 60°
b) 20°
c) 30°
d) 10°
e) 15°

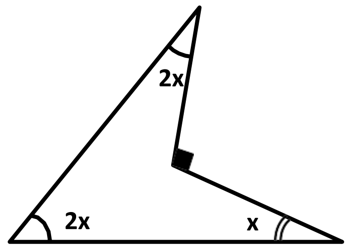


7. Calcular “x”



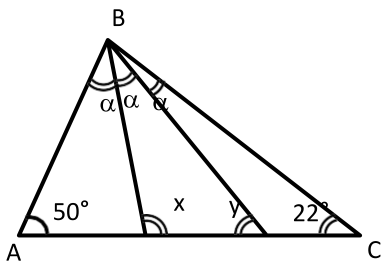
a) 108°
b) 72°
c) 36°
d) 20°
e) 10°

8. Calcular “x”



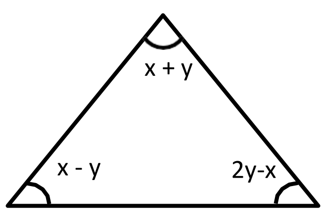
a) 20°
b) 15°
c) 18°
d) 12°
e) 10°

9. Del gráfico, calcular “x”



a) 28°
b) 56°
c) 20°
d) 30°
e) 10°

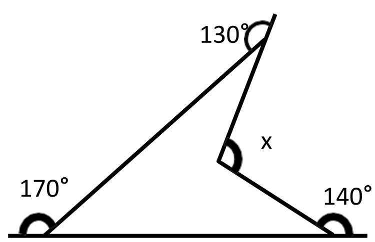
10. Calcular “x”, si: “y” toma su mínimo valor entero.



a) 26°
b) 30°
c) 46°
d) 88°
e) N.A.

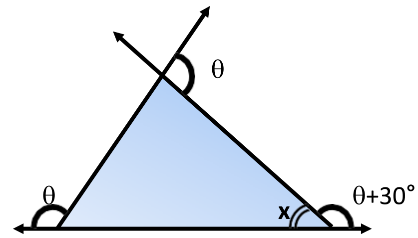
EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Determina “x”



a) 50°
b) 100°
c) 120°
d) 110°
e) 130°

2. Del gráfico, calcular “x”

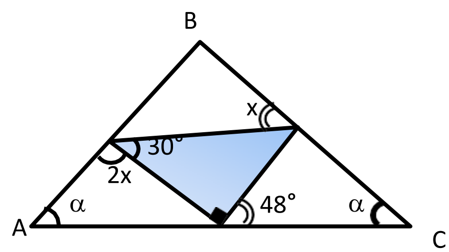


a) 20°
b) 30°
c) 40°
d) 80°
e) 110°

3. Calcular el máximo valor entero que puede tomar el tercer lado de un triángulo, sabiendo que dos de sus lados son 5 y 9.

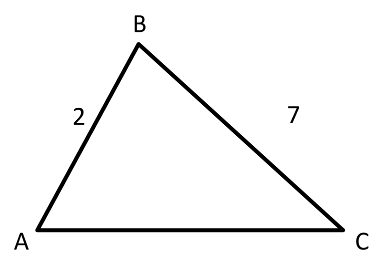
a) 13 b) 14 c) 11
d) 6 e) 5

4. Calcular “x”



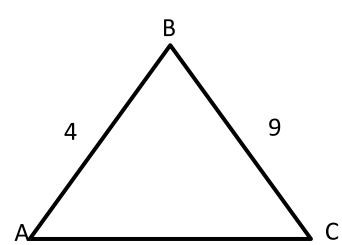
a) 56°
b) 64°
c) 42°
d) 24°
e) 12°

5. Calcular la suma de los valores pares que puede tomar $\overline{AC}$.



a) 6
b) 8
c) 7
d) 14
e) 21

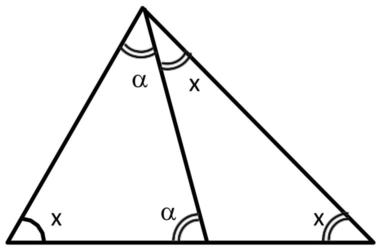
6. Calcular el mínimo valor que puede formar el perímetro del ΔABC.



a) 29
b) 19
c) 10
d) 8
e) N.A.

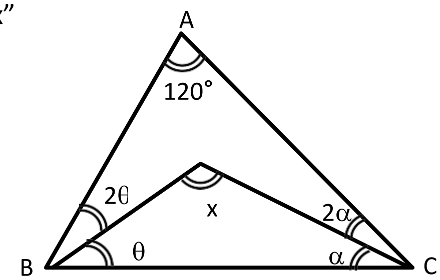
7. Calcular “x”

a) 30º
b) 72º
c) 54º
d) 36º
e) 18º



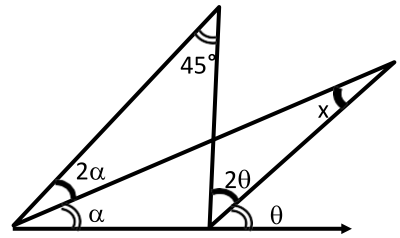
8. Calcular “x”

a) 100°
b) 150°
c) 160°
d) 170°
e) 175°



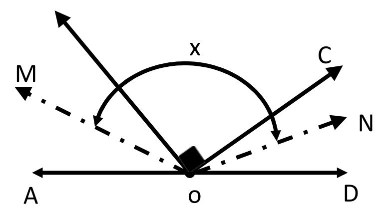
9. Calcular “x”

a) 45°
b) 30°
c) 25°
d) 15°
e) 10°



10. Calcular “x” ; $\overrightarrow{OM}$ y $\overrightarrow{ON}$ son bisectrices de los ángulos AOB y COD

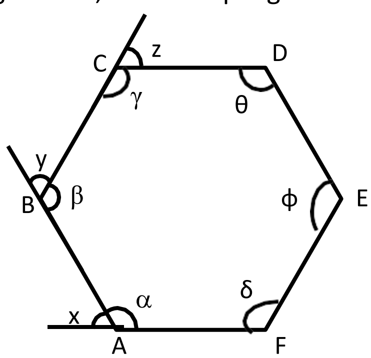
a) 120°
b) 135°
c) 140°
d) 150°
e) 90°



SEMANA 03: POLÍGONOS Y CUADRILÁTEROS

DEFINICIÓN DE POLÍGONOS

Es aquella figura que se forma al unir tres o más puntos no colineales de un mismo plano, mediante segmentos de recta, limitando una única región del plano. A dichos puntos se le denomina vértices, y a los segmentos, lados del polígono.



ELEMENTOS:

- Vértice: A, B, C, D, E y F
- Lados: $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DE}, \overline{EF}$ y $\overline{FA}$
- Ángulos Internos: α, β, γ, θ, ϕ y δ
- Ángulos Externos: x, y, z, etc.
- Diagonales: $\overline{AC}, \overline{AD}, \overline{AE}, \overline{BD}, \overline{BE}$, etc

También: Perímetro (2p)

$$2p = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DE} + \overline{EF} + \overline{FA}$$

IMPORTANTE

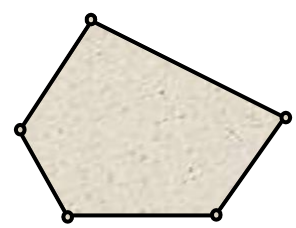
¡SABIAS QUE!

#LADOS = #VÉRTICES = n

CLASIFICACIÓN DE LOS POLÍGONOS

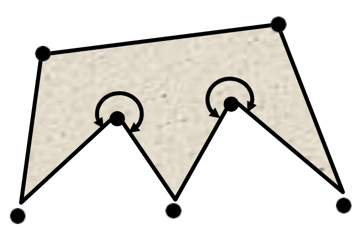
- **POLÍGONO CONVEXO**

  Un polígono convexo es aquel cuyos ángulos internos miden igual o menos de 180°. Así, todas sus diagonales se encuentran en el interior en la figura.



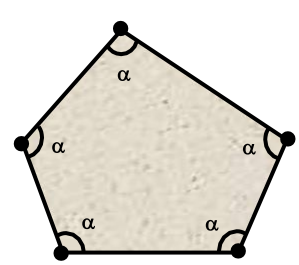
- **POLÍGONO NO CONVEXO**

  Un polígono No Convexo es aquel en lo que alguna de las líneas que unen dos vértices consecutivos queda fuera del polígono.



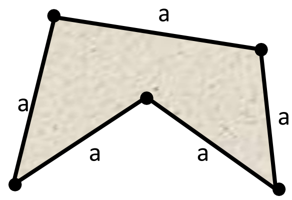
- **POLÍGONO EQUIÁNGULO**

  Aquel cuyos ángulos interiores miden lo mismo.



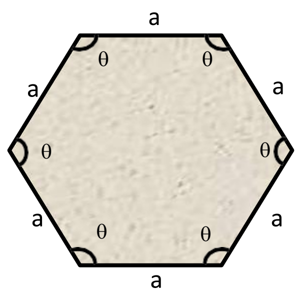
❖ **POLÍGONO EQUILÁTERO**

Aquel que todos sus lados miden igual.



❖ **POLÍGONO REGULAR**

Aquel en el que todos sus lados y sus ángulos miden lo mismo.



IMPORTANTE

De acuerdo a su número de lados.

- Polígono de 3 lados: Triángulo
- Polígono de 4 lados: Cuadrilátero
- Polígono de 5 lados: Pentágono
- Polígono de 6 lados: Hexágono
- Polígono de 7 lados: Heptágono
- Polígono de 8 lados: Octógono
- Polígono de 9 lados: Eneágono
- Polígono de 10 lados: Decágono
- Polígono de 11 lados: Endecágono
- Polígono de 12 lados: Dodecágono
- Polígono de 15 lados: Pentacágono
- Polígono de 20 lados: Icoságono

PROPIEDADES

1. Suma de Ángulos Internos

$$\boxed{S_{\hat{i}} = 180(n-2)}$$

En todo polígono

2. Suma de Ángulos Externos

$$\boxed{S_{\hat{e}} = 360°}$$

En polígonos convexos

3. Número de Diagonales

$$\boxed{\#D = \frac{n(n-3)}{2}}$$

En todo polígono

4. Ángulo Interno

$$\boxed{\sphericalangle \hat{i} = \frac{180(n-2)}{n}}$$

En polígonos Equiángulos y regulares

5. Ángulo Externo

$$\boxed{\sphericalangle \hat{e} = \frac{360°}{n}}$$

En polígonos Equiángulos y Regulares

6. Ángulo Central

$$\boxed{\sphericalangle \hat{c} = \frac{360°}{n}}$$

Sólo en Polígonos Regulares

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Hallar el número de diagonales de un pentadecágono.

a) 45 b) 80 c) 90
d) 100 e) 120

2. Como se llama el polígono regular cuyo ángulo exterior mide 40°.

a) Octógono d) Nonágono
b) Dodecágono e) Hexágono
c) Pentágono

3. ¿En qué polígono el número de diagonales es igual al número al número de lados?

a) Hexágono
b) Pentágono
c) Heptágono
d) Octógono
e) Nonágono

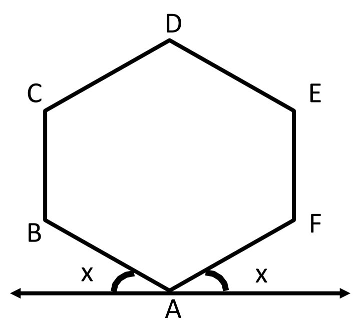
4. Hallar la suma de ángulos internos del polígono que tiene 54 diagonales.

a) 1260°
b) 1080°
c) 900°
d) 1440°
e) 1620°

5. Calcular el número de vértices de un polígono cuyo número de diagonales es igual al triple del número de lados.

a) 10
b) 11
c) 12
d) 9
e) 8

6. Del gráfico ABCDEF es un hexágono regular; calcular "x"



a) 30°
b) 15°
c) 20°
d) 45°
e) 60°

7. La diferencia entre el ángulo interno y el ángulo externo de un polígono regular es igual a la medida de su ángulo central. ¿Cómo se llama el polígono?

a) triángulo
b) pentágono
c) hexágono
d) cuadrilátero
e) heptágono

8. El lado de un polígono regular mide 8m. ¿Cuántos lados tiene el polígono si su número total de diagonales equivale a cuatro veces su perímetro?

a) 67
b) 56
c) 72
d) 36
e) 52

9. Si a un polígono se le aumenta en 4 a su número de lados; entonces la suma de sus ángulos internos se duplica. Hallar el número de vértices del polígono.

a) 5
b) 6
c) 7
d) 8
e) 9

10. ¿Cómo se llama el polígono en el cual, al aumentar su número de lados en tres, su número total de diagonales aumenta en 15?

a) pentágono
b) hexágono
c) triángulo
d) heptágono
e) octógono

11. Si la relación entre el ángulo interior y exterior de un polígono regular es de 7 a 2. Hallar el número total de sus diagonales.

a) 27
b) 20
c) 35
d) 44
e) 56

12. Determinar el número de ángulos rectos a que equivale la suma de los ángulos internos de un polígono cuyo número de diagonales es igual al número de sus ángulos internos.

a) 8
b) 9
c) 5
d) 6
e) 7

TAREA DOMICILIARIA

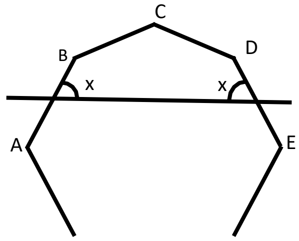
1. El ángulo interior de un hexágono regular mide:

a) 60°
b) 120°
c) 72°
d) 108°
e) 150°

2. Como se llama el polígono regular cuyo ángulo exterior mide 72°.

a) cuadrilátero
b) pentágono
c) hexágono
d) octógono
e) decágono

3. ABCDE … es un polígono de 20 lados. Calcular "x"



a) 38°
b) 20°
c) 18°
d) 36°
e) 27°

4. Si el ángulo central de un polígono regular mide 30°. ¿Cuántas diagonales tiene el polígono?

a) 35 b) 54 c) 44
d) 90 e) 100

5. ¿Cuántos ángulos internos tiene el polígono cuyo número de diagonales es igual al número de sus lados?

a) 4 b) 3 c) 5
d) 6 e) 8

6. Determinar la suma de ángulos internos de aquel polígono que tiene tantas diagonales como número de lados.

a) 180° b) 360° c) 540°
d) 720° e) 900°

7. Calcular el número de lados de aquel polígono en el cual su número de lados más su número de diagonales es 28.

a) 5 b) 6 c) 7
d) 8 e) 10

8. Calcular el número de lados de aquel polígono en el cual al disminuir dos lados su número de diagonales disminuye en 19.
a) 6 b) 8 c) 10
d) 12 e) 14

9. Si se quintuplica el número de lados de un polígono convexo, la suma de las medidas de sus ángulos internos queda multiplicada por seis. ¿Cuál es el polígono?

a) Pentágono d) Octógono
b) Dodecágono e) Pentadecágono
c) Decágono

10. ¿Cuántos lados tiene un polígono cuya suma de las medidas de sus ángulos internos y externos es 3960°?

a) 21 b) 20 c) 22
d) 18 e) 24

11. En un polígono regular la relación entre la medida de un ángulo interior y exterior es como 3 es a 2. Calcular el número de lados del polígono.

a) 4 b) 5 c) 6
d) 7 e) 8

12. La suma de la suma de los ángulos internos, exteriores ycentrales de un polígono regular convexo, es 1260°. Calcular el número de lados del polígono.

a) 5 b) 6 c) 8
d) 9 e) 12

SEMANA 4 : CIRCUNFERENCIA

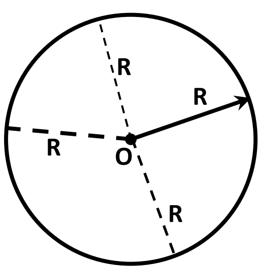
INTRODUCCIÓN

El hombre en su interacción con la naturaleza, descubrió la rueda.

Los egipcios apoyados en sus terrenos eran llanos, desplazaban las rocas para sus construcciones usando tronco de árboles mediante la rodadura. La rueda en la actualidad sabemos que es un objeto muy importante para el transporte terrestre. De ahí la importancia del estudio de la circunferencia cuyas propiedades servirá para estudiar otras figuras.

DEFINICIÓN

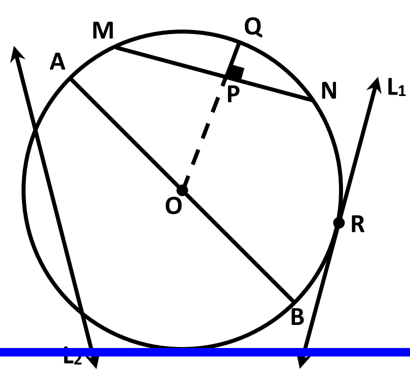
Es una figura curva cerrada que tiene un centro que equidista de cada extremo de ella (igual distancia).



Elementos :

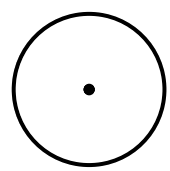
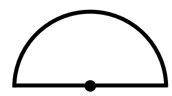
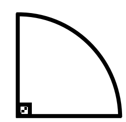
- Centro : “O”
- Radio : “r”

LINEAS ASOCIADAS A LA CIRCUNFERENCIA

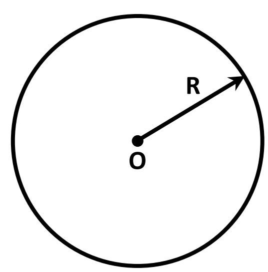


- Cuerda : $\overline{MN}$
- Diámetro : $\overline{AB}$
- Arco : $\overset{\frown}{MN}$
- Flecha ó sagita : $\overline{PQ}$
- Recta tangente : L_1
- Recta secante : L_2
- Punto de tangencia : “R”

MEDIA ANGULAR DE UNA CIRCUNFERENCIA

Circunferencia	Semi Circunferencia	Cuadrante
		
360º	180º	90º

LONGITUD DE UNA CIRCUNFERENCIA



$$L_C = 2\pi R$$

$\pi = 3.1416$

$\pi \approx 22/7$

Ejemplo :

Si la radio mide 14 cm. Calcular la longitud de la circunferencia ($\pi = 22/7$)

Sol. :

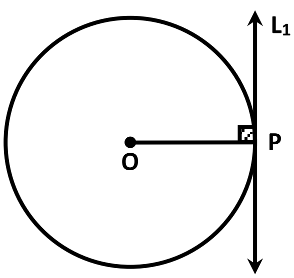
$L_C = 2\pi R$

L_C = $\Rightarrow$ L_C =

PROPIEDADES FUNDAMENTALES

TEOREMA 1

Todo radio que llega al punto de tangencia es perpendicular con la recta tangente.

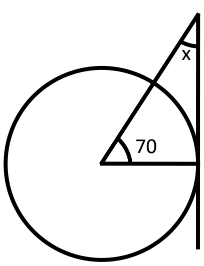


Si : L_1 es tangente

o

$\overline{OP} \perp L_1$

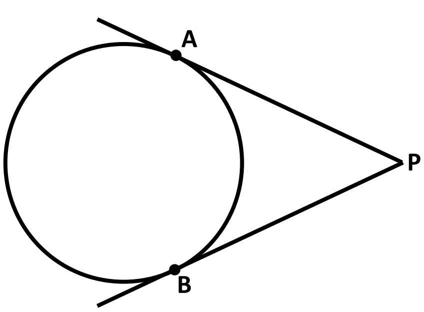
Ejemplo : Calcular "X"



x =

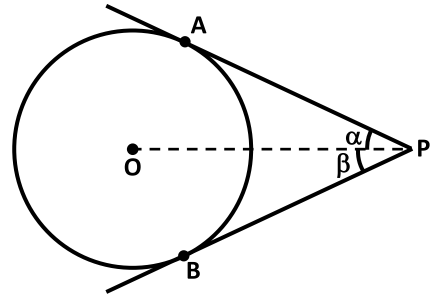
TEOREMA 2

Si se trazan dos rectas tangentes de un punto exterior a la misma circunferencia, los segmentos que se determinan tienen la misma medida.

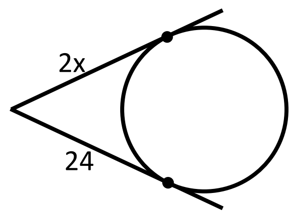


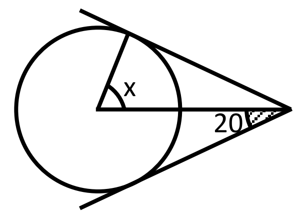
Si : A y B son puntos de tangencia AP = BP

También se cumple :



Ejemplos : Calcular "x"

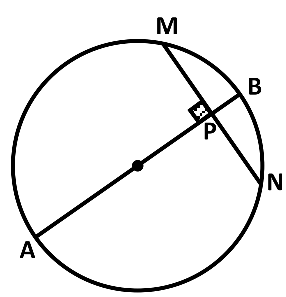




x = x =

TEOREMA 3

Todo diámetro perpendicular a una cuerda biseca a dicha cuerda.

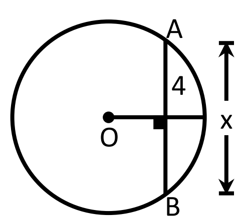


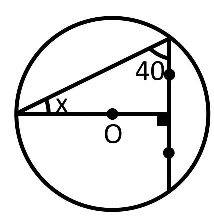
Si : $\overline{AB} \perp \overline{MN}$

$\overset{\frown}{PM} = \overset{\frown}{PN}$

BM = BN

Ejemplos : Calcular "x"



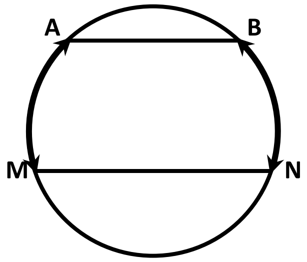


x = 4

x =

TEOREMA 4

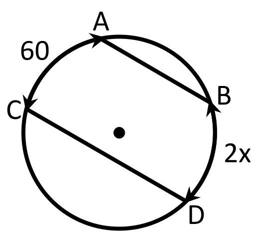
Dos cuerdas paralelas determinan arcos de igual medida angular.

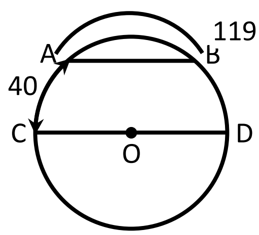


Si : AB//MN

$\overset{\frown}{AM} \cong \overset{\frown}{BN}$

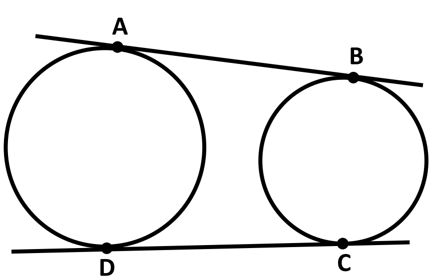
Ejemplos : Calcular "x" ; AB//CD



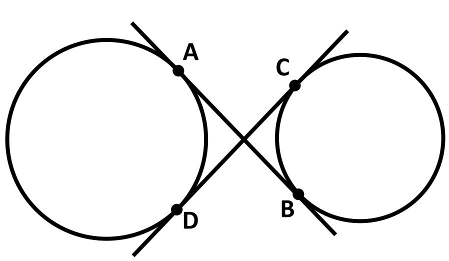


x =   x =

CASOS ESPECIALES



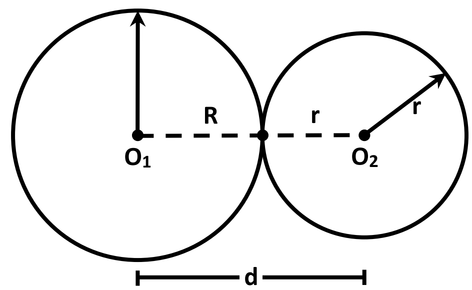
$\boxed{AB = CD}$



$\boxed{AB = CD}$

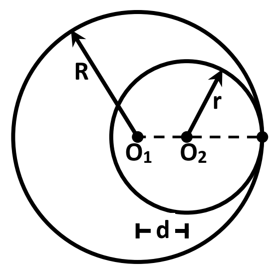
POSICIÓN RELATIVA DE DOS CIRCUNFERENCIAS

TANGENTES EXTERIORES



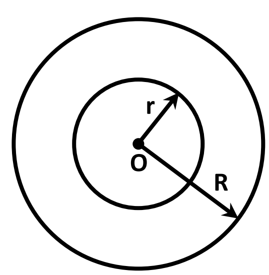
$\boxed{d = R + r}$

TANGENTES INTERIORES

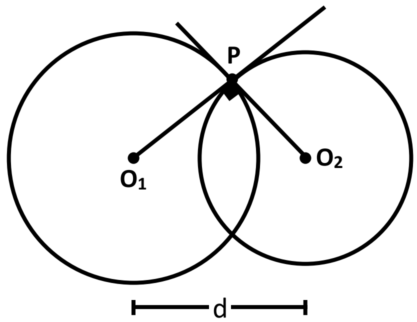


$\boxed{d = R - r}$

CONCÉNTRICAS



ORTOGONALES

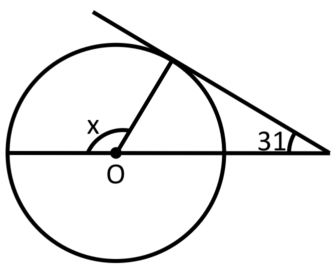


Si "P" punto de tangencia :

$$\boxed{d^2 = R^2 + r^2}$$

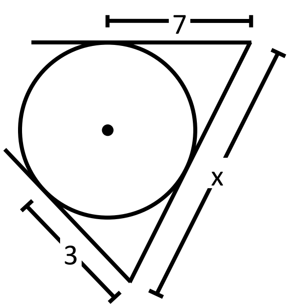
Ejercicios de Aplicación

1. Calcular : "x"



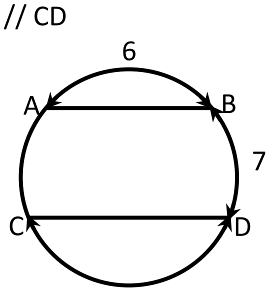
a) 121
b) 131
c) 111
d) 62
e) 141

2. Calcular : "x"



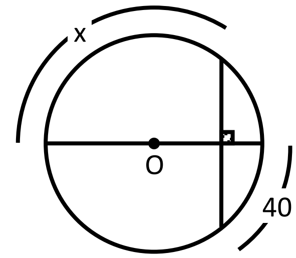
a) 4
b) 7
c) 3
d) 10
e) 5

3. Calcular "x", AB // CD



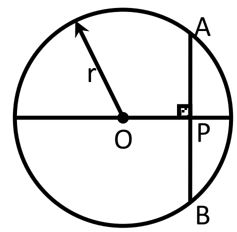
a) 160
b) 140
c) 120
d) 180
e) 80

4. Calcular : "x"



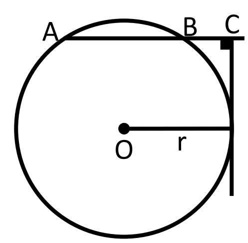
a) 40
b) 140
c) 70
d) 35
e) 80

5. Calcular "OP", si AB = 8 y r = 5



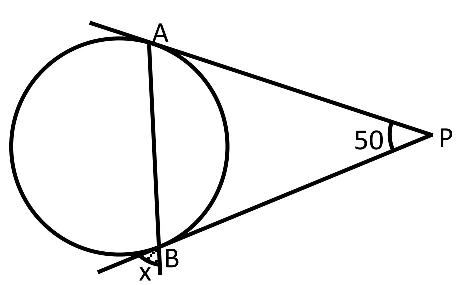
a) 3
b) 4
c) 5
d) 2
e) 1

6. Calcular "BC", si AB = 12 y r = 8



a) 10
b) 6
c) 4
d) 2
e) 1

7. Calcular : "x"

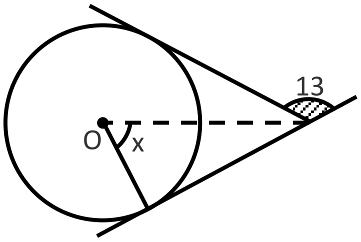


a) 60 b) 50 c) 55

d) 65 e) 70

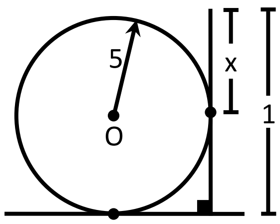
8. Calcular : “x”

a) 65
b) 25
c) 35
d) 75
e) 55



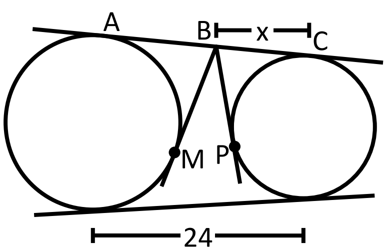
9. Calcular : “x”

a) 5
b) 6
c) 7
d) 4
e) 8,5



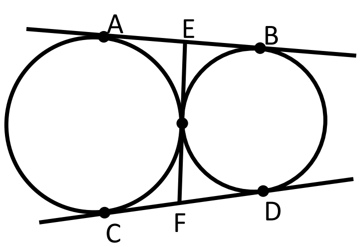
10. Calcular “x”; BM = 14

a) 12
b) 17
c) 10
d) 5
e) 19



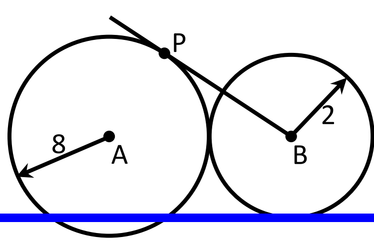
11. Calcular “EF”; AB = 12

a) 6
b) 10
c) 12
d) 8
e) 9



12. Calcular : “BP”

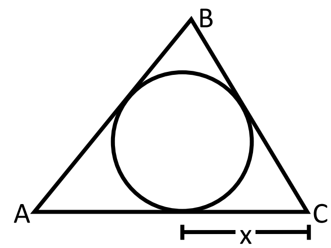
a) 6
b) 8



c) 10
d) 12
e) 4

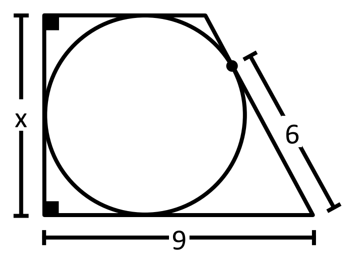
13. Calcular “x”, AB = 9 , BC = 7 , AC = 8

a) 4
b) 6
c) 5
d) 3
e) d



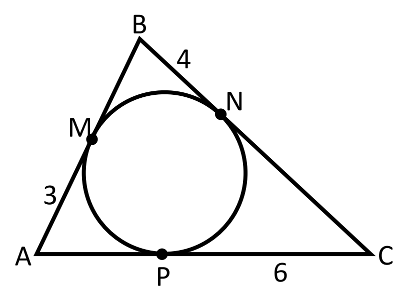
14. Calcular : “x”

a) 6
b) 8
c) 8
d) 3
e) 5



15. Calcular el perímetro del triángulo ABC.

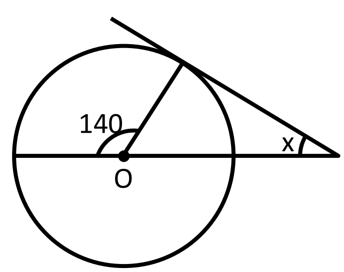
a) 26
b) 13
c) 52
d) 6,5
e) 39



Tarea Domiciliaria

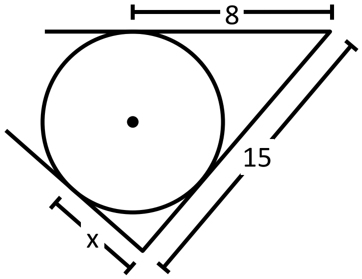
1. Calcular : “x”

a) 50
b) 40
c) 30
d) 60
e) 70



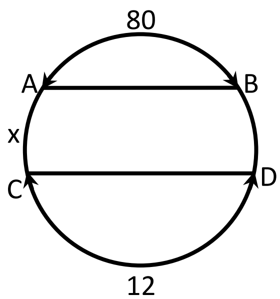
2. Calcular : "x"

a) 8
b) 6
c) 7
d) 5
e) 4



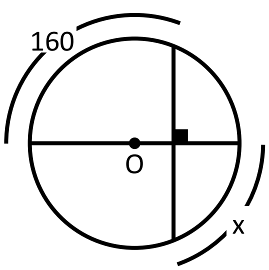
3. Calcular : "x"

a) 160
b) 80
c) 100
d) 90
e) 70



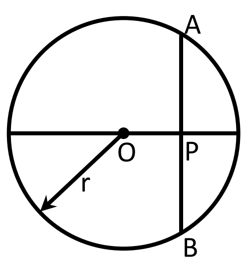
4.

a) 20
b) 30
c) 40
d) 50
e) 10



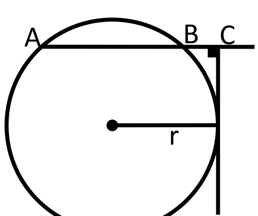
5. Si : r = 7 , OP = 8. Calcular AB

a) 15
b) 7,5
c) 30
d) 16
e) 8



6. Calcular AB, si BC = 3 , r = 8

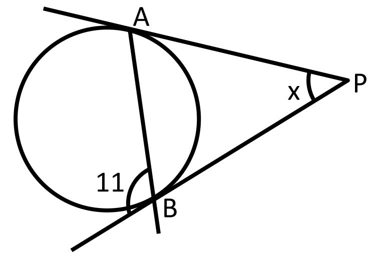
a) 5
b) 10
c) 6



d) 7
e) 9

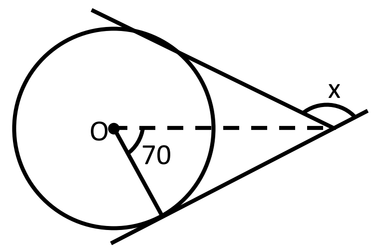
7. Calcular : "x"

a) 40
b) 70
c) 50
d) 60
e) 80



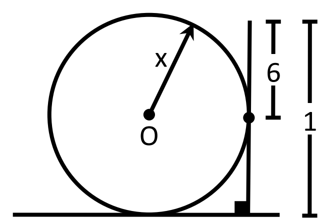
8. Calcular : "x"

a) 140
b) 100
c) 110
d) 120
e) 130



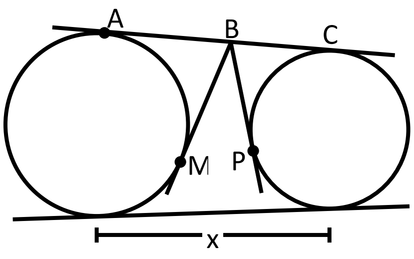
9. Calcular : "x"

a) 6
b) 7
c) 8
d) 9
e) 10



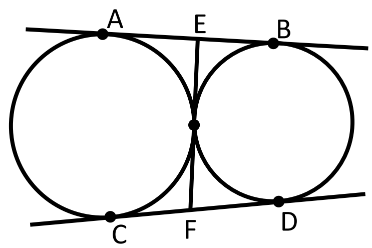
10. Calcular "x", BM = 8 y BP = 9

a) 9
b) 18
c) 16
d) 8
e) 17



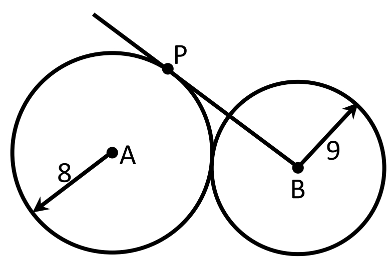
11. Calcular “AB + CD + EF”, si CF = 5

a) 30
b) 20
c) 15
d) 25
e) 40



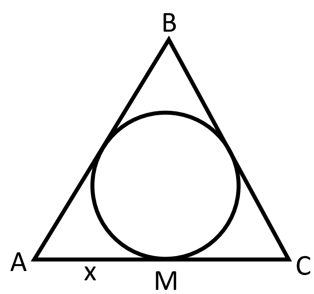
12. Calcular : “BP”

a) 15
b) 12
c) 16
d) 11
e) 14



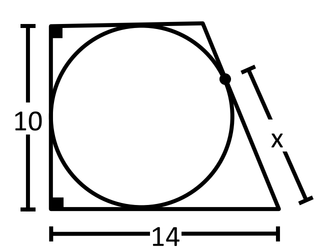
13. Calcular “x”, AB = 13 , BC = 14 , AC = 15

a) 6
b) 7
c) 7,5
d) 8
e) 6,5



14. Calcular : “x”

a)
b)
c)
d)
e)



15. Calcular el perímetro de ABC si AP = 6 y BC = 14

a) 20
b) 20
c) 34
d) 17
e) 14