

Tema 7: Deducción Matemática

7.1 Ejercicios propuestos:

1) Si $A + B = 14$

Calcula el valor de: $\overline{AB} + \overline{BB} + \overline{AA} + \overline{BA}$

- a) 300 b) 302 c) 304 d) 306 **e) 308**

Solución:

Ubiquemos la suma en forma vertical:

$$\begin{array}{r}
 2 \\
 A \ B \ + \\
 B \ B \\
 A \ A \\
 B \ A \\
 \hline
 3 \ 0 \ 8
 \end{array}$$

2) Si $(S + U + M)^2 = 324$

Calcula el valor de: $\overline{MUS} + \overline{SMU} + \overline{USM}$

- a) 1998** b) 1898 c) 1988 d) 1798 e) 1888

Solución:

Primero extraemos la raíz cuadrada:

$$\sqrt{(S + U + M)^2} = \sqrt{324}$$

$$S + U + M = 18$$

Ubicar la suma en forma vertical:

$$\begin{array}{r}
 1 \ 1 \\
 M \ U \ S \ + \\
 S \ M \ U \\
 U \ S \ M \\
 \hline
 1 \ 9 \ 9 \ 8
 \end{array}$$

3) Calcular el valor de: $\overline{ab} \times \overline{ba}$, además:

$$\overline{ab} \times a = 196$$

$$\overline{ab} \times b = 441$$

- a) 2401 **b) 4606** c) 637 d) 2606 e) 4401

Solución:

Ubicamos la multiplicación en forma vertical:

$$\begin{array}{r}
 a b x \\
 b a \\
 \hline
 1 9 6 \\
 4 4 1 \\
 \hline
 4 6 0 6
 \end{array}$$

4) Calcular el valor de: $A + T + F$, si se cumple:

$$\sqrt[n]{ATF} = n$$

- a) 10 b) 11 c) 12 **d) 13** e) 14

Solución:

Eliminar la raíz:

$$(\sqrt[n]{ATF})^n = n^n$$

$$ATF = n^n$$

Analizamos números que elevados a su mismo exponente resulte un número de 3 cifras:

$$3^3 = 27, 4^4 = 256, 5^5 = 3125$$

El único número que cumple es $n = 4$, entonces $ATF = 256$

Calculamos: $A+T+F = 2 + 5 + 6 = 13$

5) Si:

$$\sqrt{a\overline{5} \times a\overline{6} \times a\overline{7} \times a\overline{8} + 1} = 2161$$

Calcular: $M = \underbrace{a + \overline{aa} + \overline{aaa} + \overline{aaaa} + \dots}_{\text{"a" sumandos}}$

- a) 4936** b) 4856 c) 4836 d) 4938 e) 4746

Solución:

Por inducción se cumple que:

$$\sqrt{a\overline{5} \times a\overline{6} \times a\overline{7} \times a\overline{8} + 1} = \overline{a5} \times \overline{a8} + 1$$

Entonces:

$$\overline{a5} \times \overline{a8} + 1 = 2161$$

$$\overline{a5} \times \overline{a8} = 2160$$

Se cumple para $a = 4$, entonces debemos sumar 4 sumandos.

$$M = \underbrace{4 + 44 + 444 + 4444}_{\text{"4" sumandos}} = 4936$$

6) Determinar: $P + C + U$,

Sí: $\overline{PUC} + \overline{CUP} = 888$

- a) 10 b) 14 c) 11 d) 13 **e) 12**

Solución:

Ubicamos la multiplicación en forma vertical:

$$\begin{array}{r} P \quad U \quad C \quad + \\ C \quad U \quad P \\ \hline 8 \quad 8 \quad 8 \end{array}$$

Unidades: $C + P = 8$

Decenas: $U + U = 8$, $U = 4$

Centenas: $P + C = 8$

Calcular: $P + C + U = 8 + 4 = 12$

7) Calcular: $(A - M - N)^{2022}$

Si se sabe que: $\overline{1A} + \overline{2A} + \overline{3A} + \dots + \overline{9A} = \overline{MN1}$

- a) 0 **b) 1** c) 2 d) 3 e) 4

Solución:

Ubicamos la suma en forma vertical:

$$\begin{array}{r} 8 \\ 1 \quad A \quad + \\ 2 \quad A \\ 3 \quad A \\ \dots\dots \\ 9 \quad A \\ \hline M \quad N \quad 1 \end{array}$$

Unidades: $9A = \dots 1$, $A = 9$

Decenas: $1+2+3+\dots+9+8 = 53$, entonces $MN = 53$

Calculamos: $(A - M - N)^{2022} = (9 - 5 - 3)^{2022} = 1^{2022} = 1$

8) Si: $\overline{A2} = 3(\overline{1A})$

Calcular: $E = 2(A + 3) + 7$

- a) 4 b) 7 c) 14 **d) 21** e) 20

Solución:

$$\overline{A2} = 3(\overline{1A})$$

Descomponiendo un número de dos cifras, en dos sumandos, donde la cifra de las decenas se multiplica por 10:

$$\begin{aligned} \overline{A2} &= 3(\overline{1A}) \\ A \times 10 + 2 &= 3(1 \times 10 + A) \\ 10A + 2 &= 3(10 + A) \\ 10A + 2 &= 30 + 3A \\ 7A &= 28 \rightarrow A = 4 \end{aligned}$$

Calcular: $E = 2(A + 3) + 7 = 2(4 + 3) + 7 = 2(7) + 7 = 14 + 7 = 21$

9) Si: $(a + b + c)^2 = \overline{a25}$

Calcular: $M = \overline{ab3} + \overline{c2b} + \overline{4ac} + \overline{bca}$

- a) 1475 b) 1685 **c) 2088** d) 1575 e) 1988

Solución:

Extraer la raíz cuadrada:

$$\sqrt{(a + b + c)^2} = \sqrt{\overline{a25}}$$

$$a + b + c = \sqrt{\overline{a25}}, \text{ si } a = 2 \rightarrow \sqrt{225} = 15$$

$$a + b + c = 15$$

Ubicamos la suma de "M" en forma vertical:

$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \\ a \quad b \quad 3 \quad + \\ c \quad 2 \quad b \\ 4 \quad a \quad c \\ \hline b \quad c \quad a \\ \hline 2 \quad 0 \quad 8 \quad 8 \end{array}$$

10) Sabiendo que: $a + b + c = 12$. Hallar:

$$\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}$$

- a) 1332** b) 1322 c) 1562 d) 1442 e) 1342

Solución:

Ubicamos la suma en forma vertical:

$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \\ a \quad b \quad c \quad + \\ b \quad c \quad a \\ c \quad a \quad b \\ \hline 1 \quad 3 \quad 3 \quad 2 \end{array}$$

Tema 8: Operadores matemáticos

8.1 Ejercicios propuestos:

1) Si: $a \square b = a^b + b^a$

Calcular: $E = 1 \square (3 \square 2)$

- a) 0 b) 21 c) 4 **d) 18** e) 17

Solución:

$$3 \square 2 = 3^2 + 2^3 = 9 + 8 = 17$$

Completamos:

$$E = 1 \square (3 \square 2) = 1 \square 17 = 1^{17} + 17^1 = 1 + 17 = 18$$

2) Definimos: $n \star m = 2m - n$

Calcular: $E = (6 \star 4) \star (4 \star 8)$

- a) 12 b) 16 **c) 22** d) 18 e) 10

Solución:

$$6 \star 4 = 2(4) - 6 = 8 - 6 = 2$$

$$4 \star 8 = 2(8) - 4 = 16 - 4 = 12$$

$$E = (6 \star 4) \star (4 \star 8) = 2 \star 12 = 2(12) - 2 = 24 - 2 = 22$$

3) Si: $2a^b \star 3b^a = \sqrt{a^2 + b^2}$

Calcular: $128 \star 243$

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 **e) 5**

Solución:

El 128 llevarlos a la forma $2a^b$ y el 243 a la forma $3b^a$

$$128 = 2(64) = 2(4^3)$$

$$243 = 3(81) = 3(3^4)$$

$$128 \star 243 = 2(4^3) \star 3(3^4) = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$$

4) Si: $\overline{m} = m^2 + 3m$ y $\underline{a}\overline{b} = (a - b)^2$

Determinar el valor de: $E = \boxed{\boxed{2}\boxed{2}}$

- a) 4280 **b) 4288** c) 4289 d) 4292 e) 4296

Solución:

$$\boxed{2} = 2^2 + 3(2) = 4 + 6 = 10$$

$$\boxed{\boxed{2}}\boxed{2} = \boxed{10}\boxed{2} = (10 - 2)^2 = 8^2 = 64$$

$$E = \boxed{\boxed{64}} = 64^2 + 3(64) = 4096 + 192 = 4288$$

- 5) Se sabe que: $\boxed{x - 3} = x + 6$

Calcular: $M = \boxed{\boxed{\boxed{20}}}$

- a) 52 b) 54 **c) 56** d) 58 e) 60

Solución:

$$\boxed{20} = \boxed{23 - 3} = 23 + 6 = 29$$

$$\boxed{\boxed{20}} = \boxed{29} = \boxed{32 - 3} = 32 + 6 = 38$$

$$\boxed{\boxed{\boxed{20}}} = \boxed{38} = \boxed{41 - 3} = 41 + 6 = 47$$

$$M = \boxed{\boxed{\boxed{\boxed{20}}}} = \boxed{47} = \boxed{50 - 3} = 50 + 6 = 56$$

- 6) Definimos en \mathbb{R} la siguiente operación:

$$a^3 \triangle b^2 = 3b - 2a$$

Calcule: $27 \triangle 16$

- a) 6** b) 8 c) 9 d) 3 e) 12

Solución:

Debemos llevar el 27 y el 16 a la forma indicada en el operador matemático:

$$27 \triangle 16 = 3^3 \triangle 4^2 = 3(4) - 2(3) = 12 - 6 = 6$$

- 7) Si: $a \triangle b = \frac{a*a}{a+b}$ y $x * y = x - 2y$:

Calcular: $6 \triangle 2$

- a) $-1/4$ **b) $-3/4$** c) $1/4$ d) $1/2$ e) 2

Solución:

$$6 \Delta 2 = \frac{6*6}{6+2} = \frac{6-2(6)}{8} = \frac{6-12}{8} = \frac{-6}{8} = -\frac{3}{4}$$

- 8) Si: $x * y^x = 2(x^y - y) + x^y$

Calcula: $M = 5 * 32$

- a) 68 b) 60 c) 70 **d) 71** e) 72

Solución:

$$M = 5 * 32 = 5 * 2^5 = 2(5^2 - 2) + 5^2 = 2(25 - 2) + 25 = 2(23) + 25 = 46 + 25 = 71$$

- 9) En el conjunto: $A = \{1, 2, 3, 4\}$ se define:

*	1	2	3	4
1	2	3	4	1
2	3	4	1	2
3	4	1	2	3
4	1	2	3	4

Calcule: $E = \frac{(1*2)*(2*4)}{(3*3)*(4*1)}$

- a) $1/3$** b) $2/3$ c) $4/3$ d) $3/2$ e) $1/2$

Solución:

$$E = \frac{(1*2)*(2*4)}{(3*3)*(4*1)} = \frac{3*2}{2*1} = \frac{1}{3}$$

- 10) Si: $x * y = \frac{x^2 - xy}{x - y} - 1$; $x \neq y, xy \neq 0$

Calcule: $8 * (8 * (8 * (8 * \dots)))$

- a) 5 b) 6 **c) 7** d) 8 e) 9

Solución:

La expresión del operador matemático se puede simplificar:

$$x * y = \frac{x^2 - xy}{x - y} - 1 = \frac{x(x - y)}{x - y} - 1 = x - 1$$

El operador se reduce a: $x * y = x - 1$

En la expresión que nos piden calcular, lo que está después del "*" es y, el mismo que no se usa en el operador:

$$\underbrace{8}_{x} * \underbrace{(8 * (8 * (8 * \dots)))}_{y} = x - 1 = 8 - 1 = 7$$