



PROGRAMA DE NIVELACIÓN PRETECNO GRAU 2022

MODULO DE APRENDIZAJE DE RAZONAMIENTO MATEMÁTICO

Docente: Ing. Alejandro Torres Farfán

INTRODUCCIÓN

La matemática es un área del saber que por su carácter científico-formativo se orienta a la formación integral del educando, a desarrollar el pensamiento matemático y el razonamiento lógico del estudiante.

El curso de Razonamiento Matemático tiene como propósito desarrollar la capacidad de pensamiento lógico-deductivo del estudiante, así como su habilidad en la solución de problemas que coadyuven en su formación profesional.

En este módulo de aprendizaje, daremos solución a los diferentes conceptos matemáticos relacionados con el pensamiento lógico- inductivo, a fin de lograr un aprendizaje integral en el estudiante, desarrollando capacidades de razonamiento matemático.

"Las matemáticas son el lenguaje son el idioma que uso Dios para escribir el mundo": Galileo Galilei

"Las matemáticas parecen dotar a uno de nuevo sentido": Charles Darwin

"La esencia de las matemáticas no es hacer las cosas simples complicadas, sino hacer las cosas complicadas simples" S. Gudder.

"La diferencia entre el poeta y el matemática es que el poeta intenta meter su cabeza en los cielos, mientras que el matemático intenta meter los cielos en su cabeza" G.K. Chesterton

Semana 1: Juegos de Ingenio

1.1 Introducción

En este tema encontramos interesantes ejercicios en los cuales tendrás que poner en práctica tu habilidad de ingenio. Cada situación presente contiene en sí mismo los datos necesarios para ser resueltos, veamos algunos ejemplos.

1.2 Cerillos

El objetivo es propiciar la creatividad de los alumnos a partir de la resolución de problemas con fósforos o cerillos, facilitando el manejo de estrategias para aprender a pensar. Así mismo, desarrolla tu destreza visual, empleando para ello imaginación e ingenio.

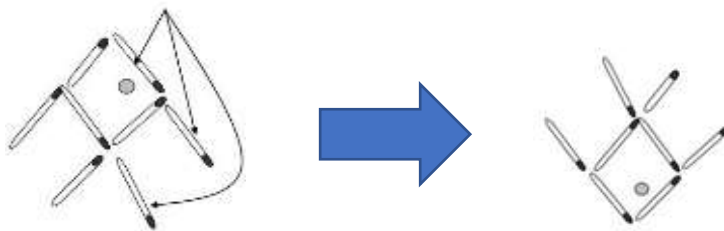
Consideración

- No quebrar (romper) palitos para resolver el problema.
- No dejar cabos sueltos.
- No superponer palitos.

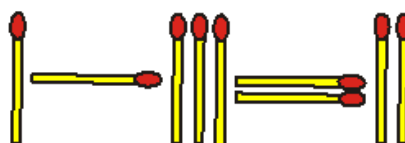
Ejemplo 1: En la figura mover solo 3 palitos para que el pez nade en sentido contrario.



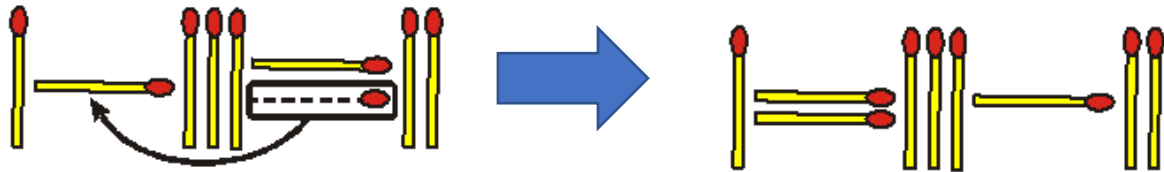
Solución 1: Movemos los cerillos expresados con flechas curvas, según la última imagen.



Ejemplo 2: En el siguiente gráfico, ¿Cuál es el menor número de cerillos que se deben cambiar de lugar para obtener una igualdad correcta?

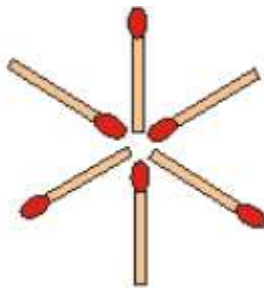


Solución 2: Piden, ¿Cuál es el menor número de cerillos que se deben cambiar de lugar? Entonces asociamos la distribución de los cerillos a una resta.

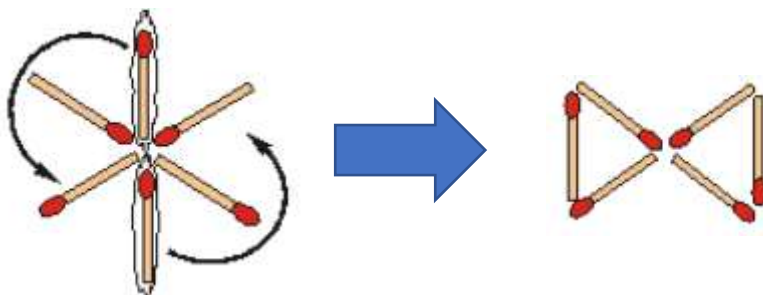


Rpta: Por lo tanto, solo se debe cambiar de lugar **1 cerillo**.

Ejercicio 3: En el siguiente gráfico, ¿Cuántos cerillos se tienen que mover como mínimo, para obtener una corbata de Michi?



Solución: Se quiere obtener con la menor cantidad de movimientos de cerillos una corbata de Michi, para ello haga lo siguiente:



Rpta: Se moverán como mínimo 2 cerillos.

1.3 Relación de Parentesco

Los problemas de parentesco familiar son situaciones que refieren al número de miembros de una familia y parentesco entre ellos.

Estas preguntas tienen como finalidad desarrollar la capacidad de relacionar lazos familiares, considerando que una misma persona puede cumplir varios roles simultáneamente. (Ejemplo: padre, hijo, nieto, tío, etc.):

- Suegro: padre de mi esposa
- Cuñado(a): hermano(a) de mi esposo(a)
- Nuera: esposa de mi hijo
- Yerno: esposo de mi hija

- Comadres: la relación entre la madrina de mi hijo(a)



¿Qué respuesta el dará el padre a su hija?

Dado que el parentesco de una persona con otra va a depender de su parentesco con una tercera y otras más (distintas), se sugiere comenzar el análisis de la parte final de la expresión que relaciona los parentescos y luego seguir un procedimiento regresivo hasta el inicio de este.

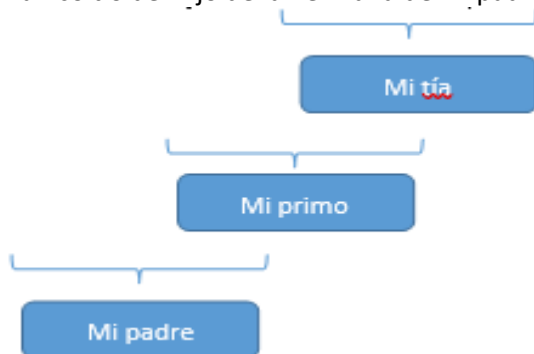
Consideración

- Tener en cuenta que en los problemas, cada uno de los integrantes de la familia puede desempeñar papeles diferentes.
- Se recomienda hacer un esquema con las personas que interviene en el problema empezando de atrás hacia adelante.

Ejemplo 1: El único tío del hijo de la hermana de mi padre es mí:

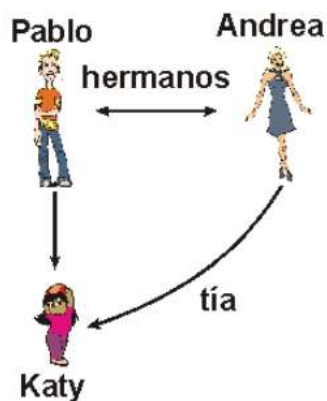
Solución 1:

El único tío del hijo de la hermana de mi padre es mí:



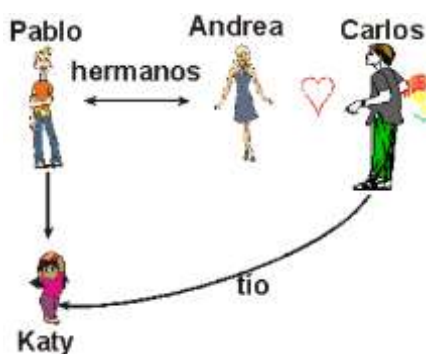
Rpta: Es mi padre

Ejemplo 2: Si Andrea es tía de Katy.



Y Carlos se casa con Andrea, entonces, ¿Carlos Sería, con respecto a Katy?

Solución:



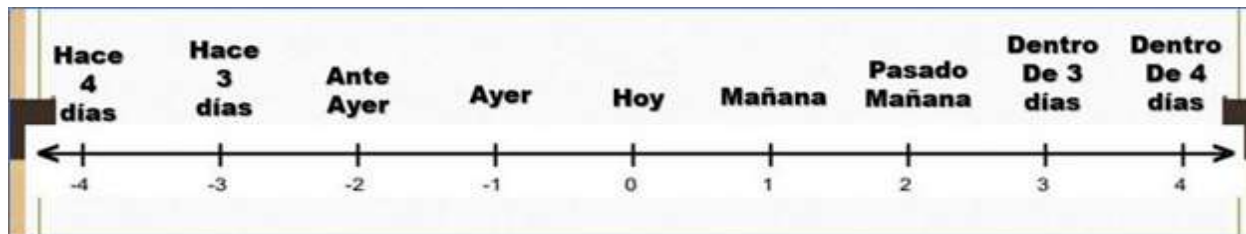
Rpta: Carlos es tío de Katy.

1.4 Relación de Tiempo



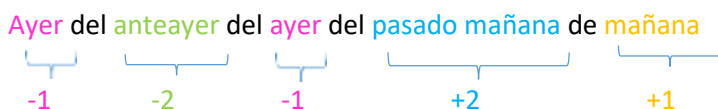
En este tipo de problemas debemos determinar qué día de la semana fue, eso será, debido a cierta variación de días con respecto a un día de referencia (generalmente hoy):

En esta sección se busca relacionar los días de la semana. Reemplazar las palabras por un equivalente numérico.



Ejemplo 1 ¿A qué será equivalente el ayer del anteayer del ayer del pasado mañana de mañana? Luego en el problema:

Solución 1:



Piden: $-1 -2 -1 + 2 + 1 = -1 \rightarrow$ ayer

Ejemplo 2: ¿Qué día será el mañana del anteayer del día que precede a mañana si hoy es lunes?

Solución 2:

El mañana (+1) del anteayer (-2) del día que precede (-1) a mañana (+1):

Piden: $+1 -2 - 1 + 1 = -1 \rightarrow$ Si hoy (0) es lunes, entonces ayer (-1) fue **domingo**.

Ejemplo 3: Si el ayer de pasado mañana del mañana de anteayer de mañana es jueves, ¿qué día fue ayer?

Solución 3: Recordar que.



Ayer (-1) de pasado mañana (+2) del mañana (+1) de anteayer (-2) de mañana (+1) es jueves

$-1 + 2 + 1 -2 + 1 =$ jueves

$+1 =$ jueves, entonces mañana es jueves, por lo tanto, **hoy es miércoles**.

Solicitan: ¿Qué día fue ayer?, Rpta: **martes**.

1.5 Ubicación de Números

En este tipo de ejercicio veremos tu capacidad para cumplir con las metas que te exige el problema. En este tipo de problemas lo que se busca es distribuir una cierta cantidad de números, de tal manera que cumplan ciertas condiciones, mayormente de sumas y en algunos casos de productos. Debemos

tener presente al momento de distribuir a los números, que uno de ellos **no** puede **repetirse** más de una vez o **excepcionalmente sí**.

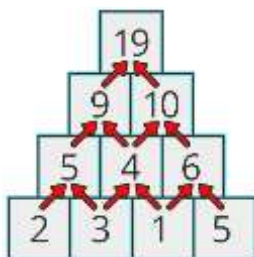
Entre ello, destacaremos:

- Pirámides numéricas
- Arreglos triangulares

a) Pirámides numéricas

Las **pirámides matemáticas**, pirámides **numéricas** o secretas, son un tipo de **ejercicio de lógica matemática** muy utilizado en niveles diversos, en este caso, como ejercicio de **estimulación cognitiva** de matemáticas para mayores.

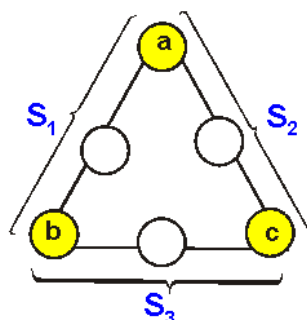
Cada cuadro es la **suma de los dos cuadros inferiores**. Mediante el cálculo de sumas y restas, es posible averiguar y completar los cuadros vacíos de encima y de debajo (restamos para averiguar un número de una fila inferior, y sumamos dos cuadros contiguos para averiguar el inmediatamente superior a ambos). En la siguiente imagen puedes ver cómo resolver estas pirámides.



Como puedes ver, son sumas. Siempre dos cuadros contiguos se suman para dar resultado el número del cuadro que está encima de dichos cuadros. Para resolver "hacia abajo", realizamos una resta. Por tanto, para resolver estos ejercicios es necesario conocer ambas operaciones: **sumas y restas**.

b) Arreglos triangulares

Si distribuimos un conjunto de números en las casillas circulares que cumplan las sumas indicadas, podemos determinar la suma de los números ubicados en los vértices (a, b y c) de la siguiente manera:



Se cumple:

$$S_1 + S_2 + S_3 = (\text{Suma de los números}) + (a + b + c)$$

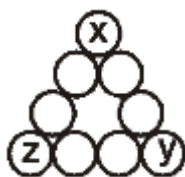
Luego, despejando se obtiene $a + b + c$.

Ejemplo 1: Ubica los números del 1 al 5, de manera que la suma de cada fila sea la misma.



ó también

Ejemplo 2: Si en los círculos de la figura escribimos los números naturales del 3 al 11, de manera que los números en cada lado del triángulo sumen 25, ¿Cuál es la suma de los números que se escriben en los círculos etiquetados con x, y, z?



Solución 2: Supuestamente la suma de los 3 lados es: $25 + 25 + 25 = 75$, pero lo real es que los números del 3 al 11 suman: $3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 = 63$.

Este exceso de $75 - 63 = 12$, se debe a que tanto a "x", "y", "z" se le considera 2 veces y sólo debe ser 1 vez, por lo que dicho exceso será:

$$x + y + z = 12$$

También, podemos aplicar la fórmula:

$$S_1 + S_2 + S_3 = (\text{Suma de los números}) + (a + b + c)$$

Obteniendo:

$$\begin{aligned} 25 + 25 + 25 &= 63 + (x + y + z) \\ x + y + z &= 75 - 63 \\ x + y + z &= 12 \end{aligned}$$

Rpta: 12

1.6 Vídeos para reforzar el tema

- Cerillos: <https://youtu.be/1-JcF2pji8w>
- Relación de Parentesco: <https://youtu.be/JCBEK88L-I0>
- Relación de Tiempo: <https://youtu.be/qjCBhegEnvM>
- Ubicación de Números: <https://youtu.be/xb26yMNFamQ> y <https://youtu.be/nFUoFAHN3SQ>

1.7 Ejercicios para el estudiante:

Son **ejercicios** que el **estudiante** debe desarrollarlos para afianzar sus conocimientos y **mejorar** su **nivel de aprendizaje** en el tema, según la respuesta marcada. En caso considere que la respuesta no es la correcta, es importante hacerla saber al docente en la clase sincrónica para realizar la corrección. **Entonces a practicar cada uno de los siguientes ejercicios.**

- 1) En el gráfico, ¿cuántos cerillos como mínimo se deben retirar para que queden exactamente dos cuadrados de diferente tamaño?



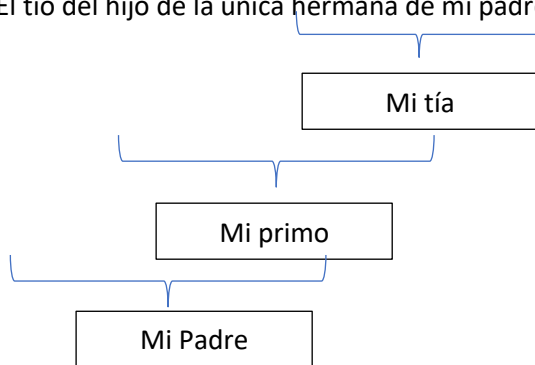
- a) 1 b) 5 **c) 2** d) 4 e) 6

- 2) El tío del hijo de la única hermana de mi padre. ¿Qué parentesco tiene conmigo?

- a) Mi abuelo b) Mi tío **c) Mi padre** d) Yo e) Mi primo

Solución:

El tío del hijo de la única hermana de mi padre



- 3) ¿A qué será equivalente el ayer del anteayer del pasado mañana del pasado mañana de mañana?

- a) Ayer b) Mañana c) Anteayer **d) Pasado mañana** e) Hoy

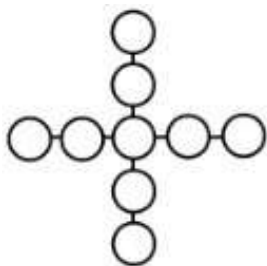
Solución:

Representemos: Ayer (-1) del anteayer (-2) del pasado mañana (+2) del pasado mañana (+2) de mañana (+1)

Realizamos la suma algebraica:

$$-1 -2 +2 +2 +1 = +2 \text{ y equivale a pasado mañana}$$

- 4) Colocar los números del 1 al 9 (sin repetir) en los círculos, de manera que la suma por cada fila (vertical y horizontal) sea igual a 27 y de como respuesta el número que se encuentra en el centro.

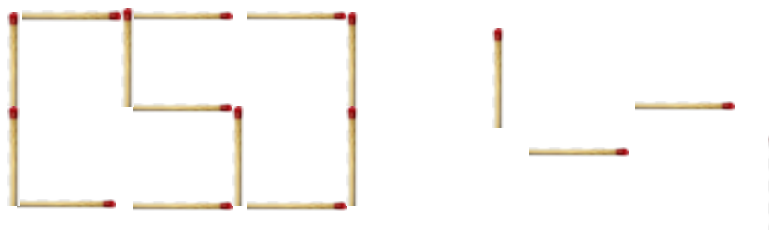


- a) 3 b) 7 c) 4 d) 5 **e) 9**

Solución:

La suma horizontal es 27 y la suma vertical es 27, entonces ambos suman 54. Pero los números proporcionados (del 1 al 9) suman 45, teniendo como diferencia $54 - 45 = 9$ y representa al número ubicado en el centro.

- 5) En el siguiente gráfico, ¿cuántos cerillos se deben retirar, como mínimo, para que no quede algún cuadrado?



- a) 1 b) 2 c) 3 **d) 4** e) 5

- 6) ¿Cuántos cerillos se deben retirar, como mínimo, para que solo queden 4 cuadrados del mismo tamaño?



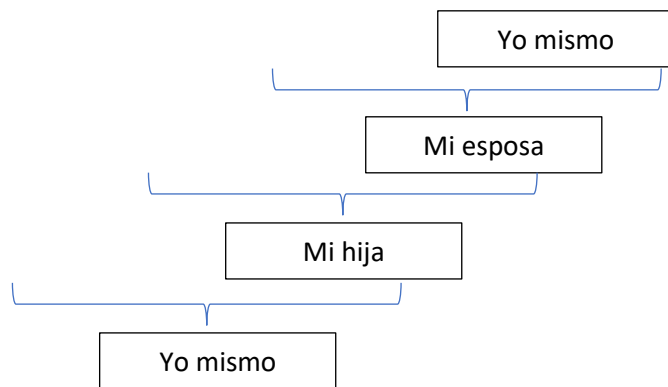
- a) 1 b) 2 c) 3 **d) 4** e) 5

- 7) ¿Quién es ese hombre que es el padre de la hija de la esposa del único vástago de mi madre?

- a) Mi padre b) Mi hijo c) Mi abuelo d) Mi nieto **e) Yo mismo**

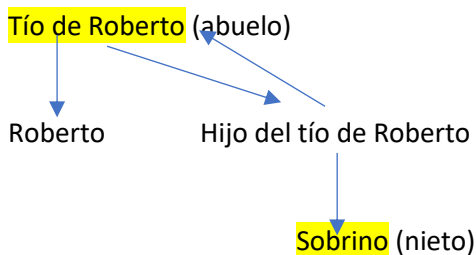
Solución:

El padre de la hija de la esposa del único vástago de mi madre



- 8) El parentesco que existe entre el tío del hijo del tío de Roberto y el sobrino del hijo del tío de Roberto, es: (Obs. Roberto tiene un solo tío)
- a) Abuelo – nieto b) Son primos c) Nieto - abuelo
 d) Padre – hijo e) Son hermanos

Solución:



Rpta: La relación es Abuelo-Nieto2

- 9) Si el anteayer del mañana de pasado mañana es martes. ¿Qué día fue el ayer del anteayer de ayer?
- a) Lunes b) Martes c) Jueves d) Sábado e) Domingo

Solución:

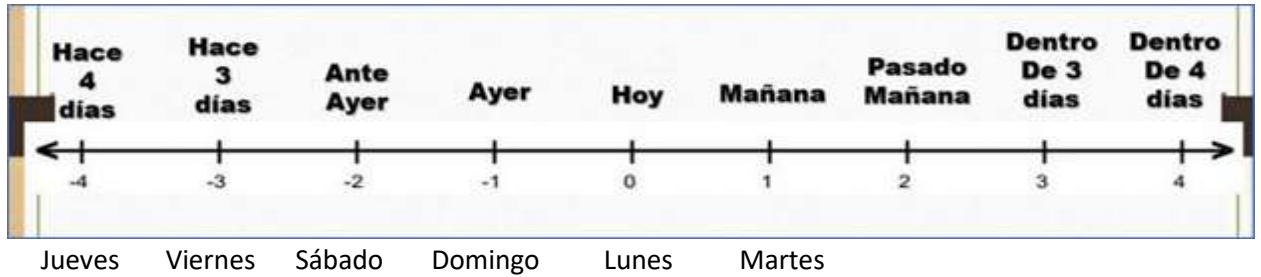
Nos indican que: el anteayer (-2) del mañana (+1) de pasado mañana (+2) es martes

$$-2 + 1 + 2 = \text{martes}$$

+1 = martes, entonces **mañana es martes**

Nos preguntan: ¿Qué día fue el ayer (-1) del anteayer (-2) de ayer (-1)?

$$-1 - 2 - 1 = -4 \text{ (hace 4 días)}$$



Rpta: Hace 4 días fue jueves

10) Si el anteayer de dentro de 5 días es domingo. ¿Qué día será el pasado mañana de ayer de hace 3 días del pasado mañana de mañana?

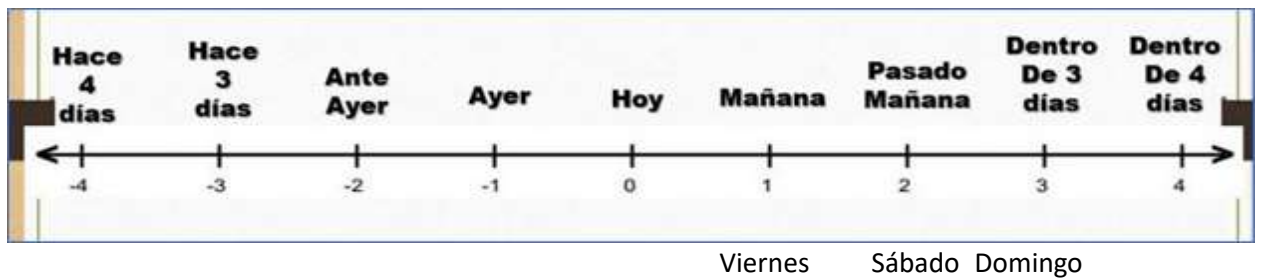
- a) Lunes b) Martes c) Jueves d) Sábado **e) Viernes**

Solución:

Nos indican que: el anteayer (-2) de dentro de 5 días (+5) es domingo.

$$-2 + 5 = \text{domingo}$$

$$+3 = \text{domingo, entonces Dentro de tres días (+3) es domingo}$$



Nos solicitan: ¿Qué día será el pasado mañana (+2) de ayer (-1) de hace 3 días (-3) del pasado mañana (+2) de mañana (+1)?

$$+2 - 1 - 3 + 2 + 1 = +4 - 3 = +1, \text{ entonces ¿qué día es mañana?}$$

Rpta: Entonces mañana es viernes.

Semana 2: Psicotécnico

2.1 Introducción

Los test psicotécnicos (también llamados test de inteligencia o test de aptitudes) son pruebas diseñadas para evaluar tus capacidades intelectuales para la realización de tareas relacionadas con un determinado puesto de trabajo.

Consisten en cuestionarios tipo test en los que debes escoger entre varias respuestas posibles.

Los test psicotécnicos tienen un límite de tiempo por realizarlos. Por lo tanto, la interpretación o corrección se hace basándose en dos criterios: los aciertos y errores, y la rapidez.

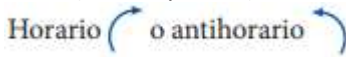
En esta clase abordaremos los siguientes tipos de problemas:

- Secuencias de figuras.
- Analogías gráficas
- Figura discordante.

2.2 Secuencias de figuras

En este tipo de problemas se debe hallar un patrón de ordenamiento que verifique una secuencia lógica que se presenta de figura a figura, de forma total o parcial (según los elementos que la figura dispone).

Podemos considerar los siguientes criterios:

- Giros (total o parcial).


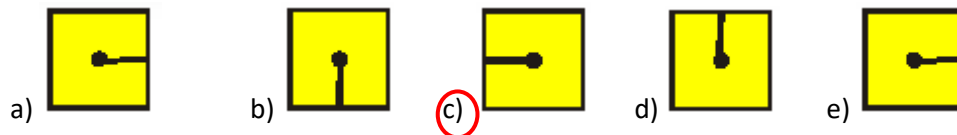
Horario (↻) o antihorario (↺)
- Criterio de aparición y/o desaparición de elementos de figura.
- Unión o intersección de figuras.
- Simetría (reflejo)
- Avance de los elementos: de 1 en 1 o de 2 en 2 o formando alguna sucesión numérica.
- Cambio de color (negro a blanco)
- Variación de forma intercalada (pares, impares)
- Cambio de tamaño.
- Cantidad de regiones.
- Variación de número de lados, etc.

En caso de que se tenga más de un elemento en cada figura, se recomienda analizar a estos por separado, en cada una de sus posiciones, buscando una secuencia lógica, la cual puede ser diferentes entre dos elementos distintos.

Se recomienda iniciar el análisis con los elementos que distinguen a las alternativas; de esa forma, por medio de un descarte se puede obtener la alternativa correcta de forma más rápida.

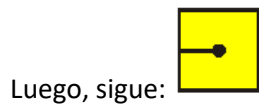
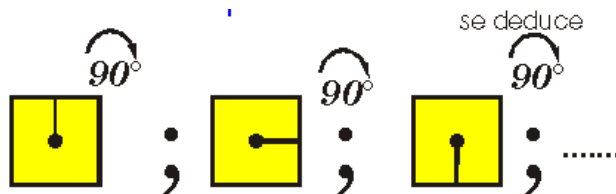
En algunos ejercicios de secuencia gráficas se pide la figura que continúa en una posición 20, para ello se busca un patrón para luego emplear la multiplicidad.

Ejemplo 1: Determine la figura que continúa:

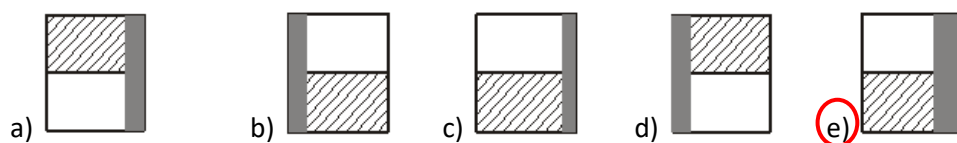
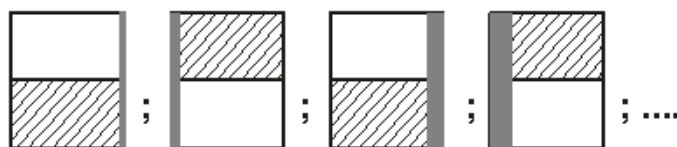


Solución:

Tenemos que encontrar una relación coherente de cambio de posición (generalmente por medio de giros). De donde hallaremos que:



Ejemplo 2: ¿Qué figura continúa?



Solución:

La columna pintada se alterna de derecha a izquierda, a la vez que se va ensanchando. Así mismo, la zona sombreada cambia en cada figura: de arriba hacia abajo, sucesivamente. Luego la figura que sigue según este orden de cambios es la alternativa e.

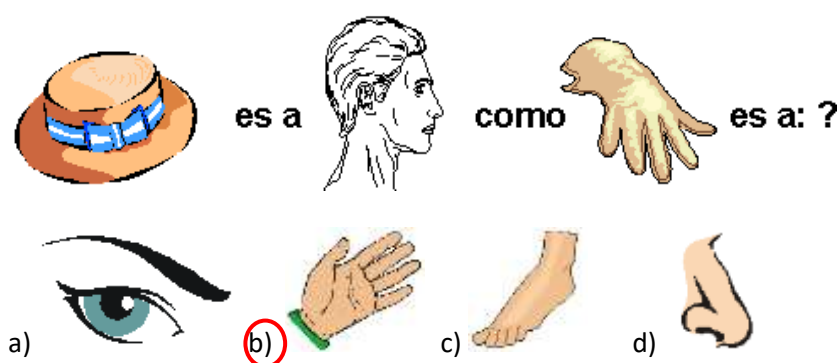
2.3 Analogías gráficas

Se deben identificar los dos grupos (de 2 o más figuras cada uno) que se van a relacionar, además, buscar una correspondencia uno a uno entre figuras colocadas en posiciones análogas o la misma secuencia lógica en ambas. Tome en cuenta cambio de color, posición y tamaño; simetrías, giros, etc.

La siguiente lista te ayudará a descubrir los rasgos comunes y variaciones que suelen encontrarse en las cuestiones de analogías de símbolos.

Rasgos Comunes	Variaciones del Rasgo Común
Líneas que dividen una figura.	Divisiones iguales o desiguales.
Líneas que forma ángulos.	Ángulos agudos, obtusos o rectos.
Dirección de líneas.	Vertical, horizontal u oblicua señalando hacia arriba o hacia abajo.
Tipo de línea.	Continua o discontinua, curva o recta. Todas iguales, alguna diferente o todas diferentes.
Número de líneas.	2, 3, 4, etc. Mismo número o diferentes en cada figura.
Relación entre las líneas.	Intersección o sin intersección. Paralelas o no.
Relaciones de las líneas con las figuras.	Líneas en el interior o exterior de las figuras. Líneas que tocan o no tocan a las figuras.
Formas cerradas.	Formadas por líneas rectas o curvas.
Figuras abiertas.	El extremo abierto está arriba, abajo, a la izquierda o a la derecha.
Dirección de la figura.	Misma o diferentes formas.
Sombreado de la figura.	Sombreado total o parcial. Sombreado con líneas horizontales, verticales o inclinadas.
Tamaño de la figura.	Grande o pequeña. Mismo o diferente tamaño.
Relaciones entre las figuras.	Se tocan, separadas, solapadas o compartiendo un área común.
Figuras dentro de figuras.	Mismas o diferentes figuras. Figuras concéntricas o no concéntricas.

Ejemplo 1: ¿Qué figura debe ir en lugar del interrogante?

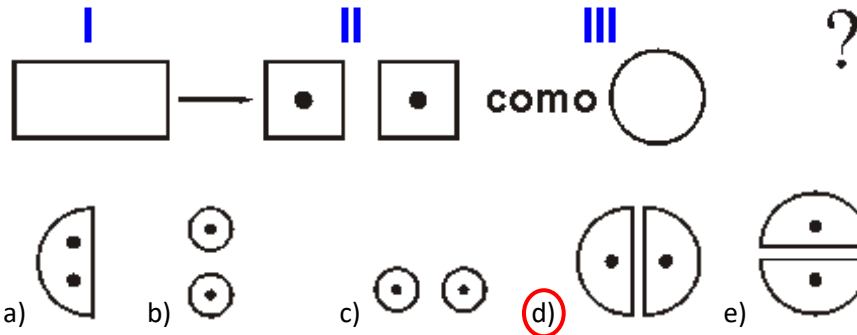


Solución:

Expresamos lo que vemos en la analogía de las figuras: "El sombrero le corresponde a la cabeza como el guante le corresponde a la mano"

Dicho de otra forma: Sabemos que el sombrero es para colocarlo en la cabeza y el guante es para colocarlo en la mano. Por lo tanto, la respuesta es la alternativa **b**.

Ejemplo 2: Completar la siguiente analogía.



Solución:

A la figura I le hacemos un corte en la parte central, designamos un punto en cada región resultante. Esa es la figura II.

La alternativa **D**, resulta de hacer lo mismo con la figura III.

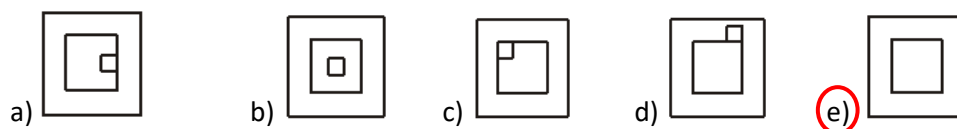
2.4 Figura discordante.

Para descartar a la figura que no guarde relación con las demás debes tomar en cuenta su forma, posición, número de lados, cantidad de regiones que lo conforman, cómo se ubican sus elementos, etc.

En los casos de figuras discordante es necesario conocer los criterios básicos, que a continuación se indican:

- Por rotación.
- Por simetría.
- Cantidad de lados.
- Cantidad de regiones simples.
- Cantidad de puntos de intersección entre figuras.

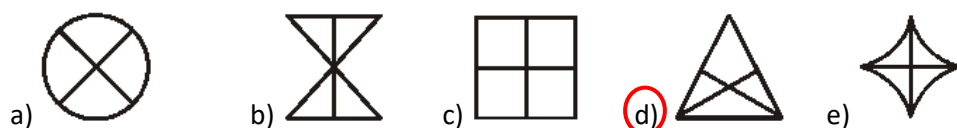
Ejemplo 1: ¿Cuál de las figuras no guarda relación con las demás?



Solución:

En cada figura hay dos cuadrados: uno grande y otro pequeño, excepto en la **e**.

Ejemplo 2: ¿Cuál de las figuras no guarda la misma relación con las demás?

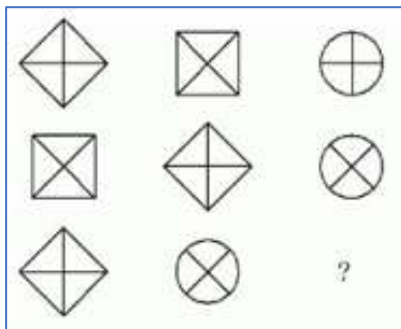


Solución:

La figura que debe excluirse es la **d**, porque el rasgo común de a, b, c y e es la simetría. Todas las figuras pueden dividirse por una línea vertical u horizontal que determinan dos partes iguales, excepto la **d**.

2.5 Ejemplos diversos

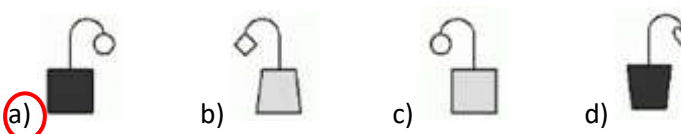
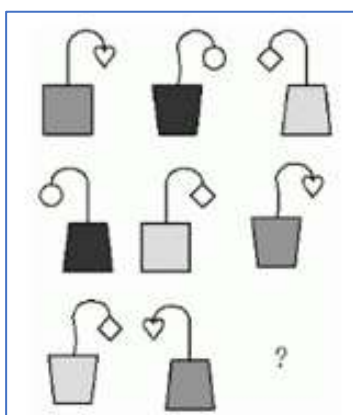
1) ¿Qué figura continúa?



Solución:

- En la 1° fila se observa que hay un rombo, un cuadrado y un círculo y dentro de ellos una cruz, un aspa y una cruz respectivamente.
- En la 2° fila observamos que también están el cuadrado, el rombo y el círculo y dentro de ellos un aspa, una cruz y un aspa.
- En la 3° fila están: el rombo y el círculo (falta el cuadrado) dentro de ellos una cruz y un aspa, falta una cruz. Escogemos la figura C, el cuadrado con la cruz.

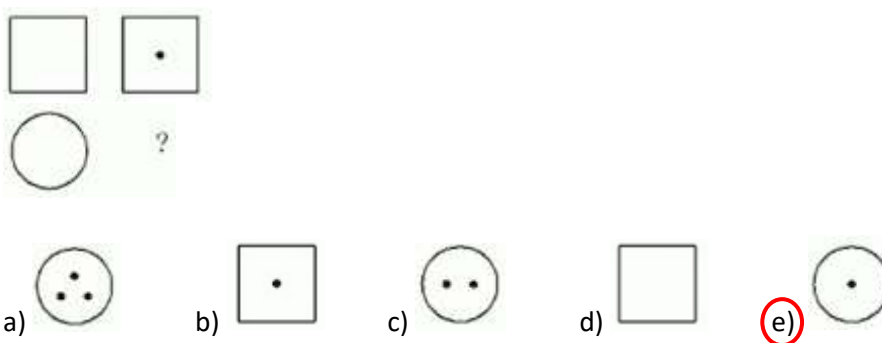
2) ¿Qué figura continúa en la siguiente serie?



Solución:

- En la 1° fila se observa que hay tres macetas de tres formas y tres colores diferentes. Además, los tres tallos y las tres flores son diferentes.
- En la 2° fila observamos que también se cumplen las mismas condiciones.
- En la 3° fila las figuras deben cumplir las mismas propiedades, para ellos observamos qué maceta, tallo y flor falta y escogemos entre las posibilidades dadas. Por ello, escogemos la A.

3) ¿Qué figura continúa?



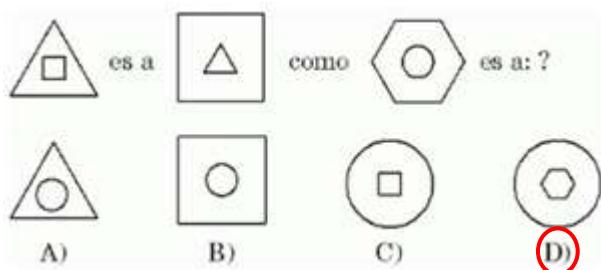
Solución:

La respuesta correcta es la **e**, porque el círculo con un punto se relaciona con el círculo vacío de la misma forma que el cuadrado con un punto se relaciona con el cuadrado vacío.

2.6 Ejercicios para el estudiante:

Son **ejercicios** que el **estudiante** debe desarrollarlos para afianzar sus conocimientos y **mejorar** su **nivel de aprendizaje** en el tema, según la respuesta marcada. En caso considere que la respuesta no es la correcta, es importante hacerla saber al docente en la clase sincrónica para realizar la corrección. **Entonces a practicar cada uno de los siguientes ejercicios.**

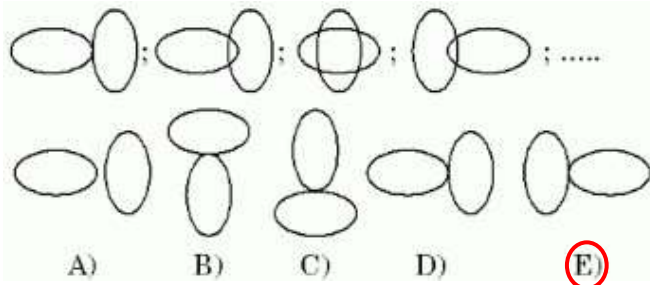
1) ¿Qué figura corresponde?



Solución:

En la primera analogía se tiene que en la figura 1 el cuadrado es interno con triángulo externo, en la figura 2 el cuadrado es externo y el triángulo interno. Entonces en la segunda analogía si el círculo es interno y el hexágono es externo, **la figura faltante debe ser círculo externo y hexágono interno**. Por lo que la respuesta es la alternativa **d**.

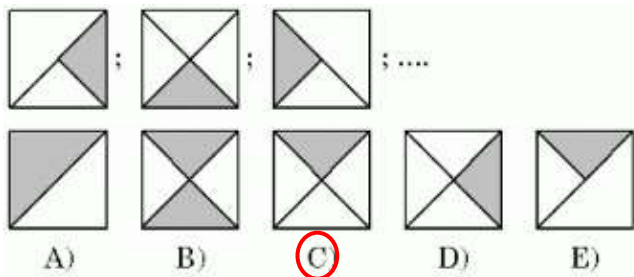
2) ¿Qué figura continúa en la sucesión?



Solución:

Observamos que cada figura tiene dos elipses una vertical y una horizontal. Por ejemplo, si fijamos la elipse horizontal, entonces la elipse vertical se desplaza a la izquierda progresivamente. También puede ser que la elipse vertical quede fija, entonces la elipse horizontal se desplaza hacia la derecha progresivamente. Por lo tanto, la alternativa es la e.

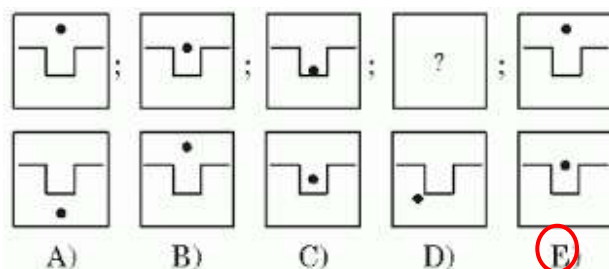
3) ¿Qué figura continúa en la sucesión?



Solución:

La parte sombreada va girando en sentido horario y las figuras pares tienen las dos diagonales completas. Entonces la alternativa es la c.

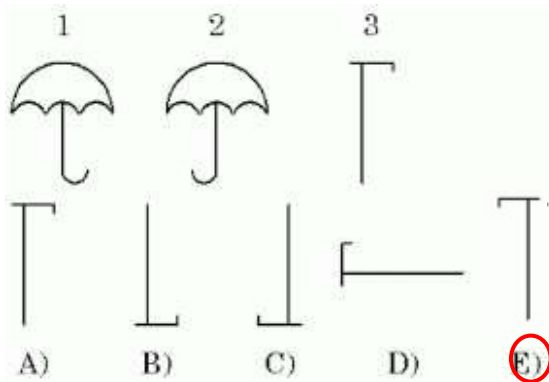
4) ¿Qué figura sigue?



Solución:

En el interior de cada figura se tiene un círculo pequeño y éste se va desplazando de arriba hacia abajo de manera proporcional (arriba, en medio, abajo, en medio y arriba), entonces luego debe regresar a la posición original, por lo que la alternativa es la e.

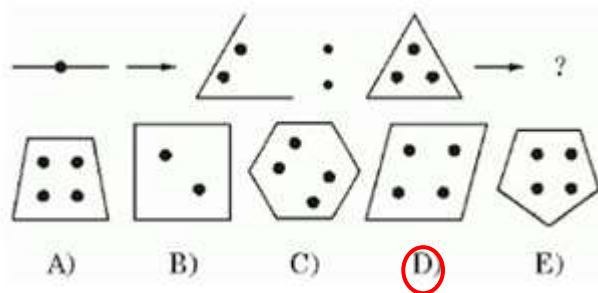
5) ¿Qué figura completa la analogía?



Solución:

En la analogía la figura 1 es simétricamente igual a la figura 2, por lo que la figura 3 su forma simétrica la encontramos en la alternativa e.

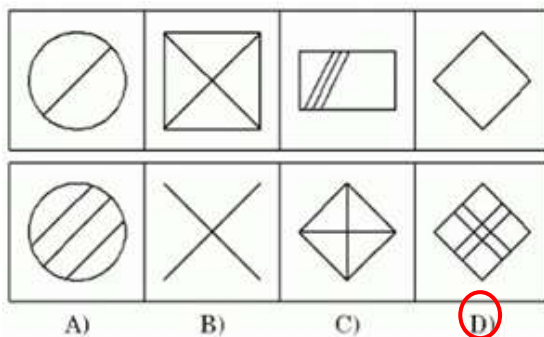
6) ¿Qué figura completa la analogía?



Solución:

Observamos en la presente analogía que en cada par de figuras va aumentando el número de líneas y el número de puntos, entonces en la figura a completar se debe tener cuatro líneas y cuatro puntos considerando las líneas con el mismo tamaño. Entonces la alternativa es la d.

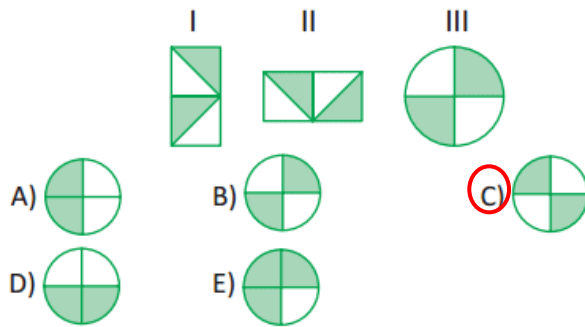
7) ¿Qué figura corresponde al rombo vacío?



Solución:

Cada figura tiene un número de líneas que va aumento de uno en uno, entonces en el rombo el número de líneas faltante es 4. Por lo que la respuesta correcta es la d.

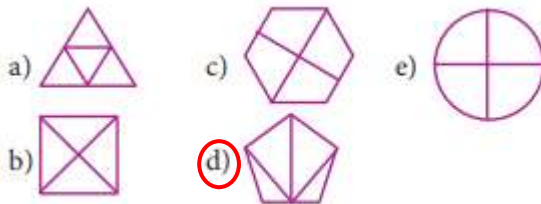
8) Completa la analogía:



Solución:

Apreciamos en la analogía que la figura I gira en sentido horario para obtener la figura II, entonces la figura III la debemos en sentido horario para obtener como figura la alternativa c.

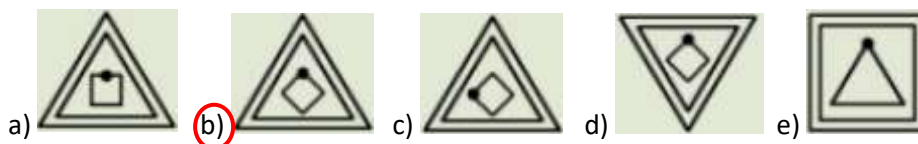
9) ¿Qué figura no corresponde al grupo?



Solución:

La respuesta a la figura que no corresponde es la d, porque las regiones de cada figura deben ser del mismo tamaño.

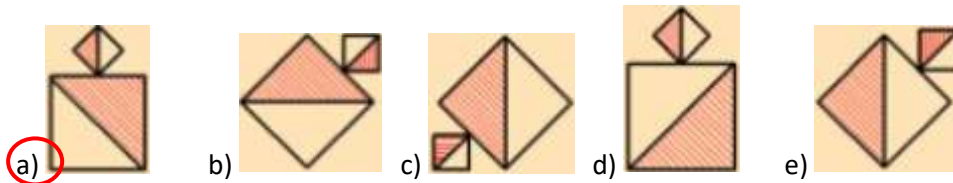
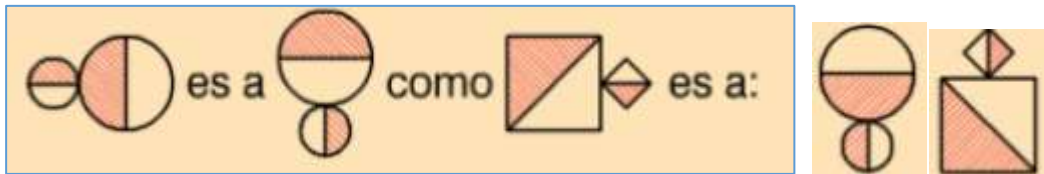
10) En la siguiente analogía, se tiene:



Solución:

De la analogía la primera figura, sus elementos giran 180 grados incluyendo el círculo pequeño y el externo se duplica. Entonces en la segunda analogía corresponde la figura de la alternativa b.

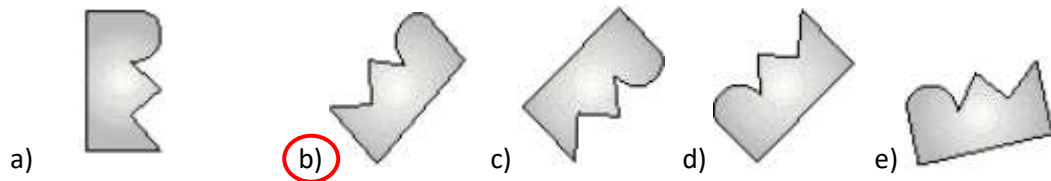
11) En la siguiente analogía, se presenta que:



Solución:

En la analogía se gira la primera figura en sentido antihorario y luego la región pintada y no pintada se intercalan, entonces en la segunda analogía se debe tener como figura la alternativa **a**.

12) ¿Cuál de las siguientes figuras no guarda la misma relación con las demás?



Solución:

Al girar las figuras en sentido horario o antihorario, la única que no establece relación de giro es la alternativa **b**.

Semana 3: Ordenamiento lineal y circular

3.1 Introducción

Los datos se deben considerar directa o indirectamente, tratando primero de ordenar adecuadamente la información, en lo posible por medio de diagramas (rectas, flechas o circunferencias).

Desarrollar la noción de lateralidad, espacio y secuencialidad para afrontar diversas situaciones cotidianas con una adecuada organización de la información.

En este tema nos encontraremos con diversos tipos de problemas en cuya resolución debemos tener en cuenta lo siguiente:

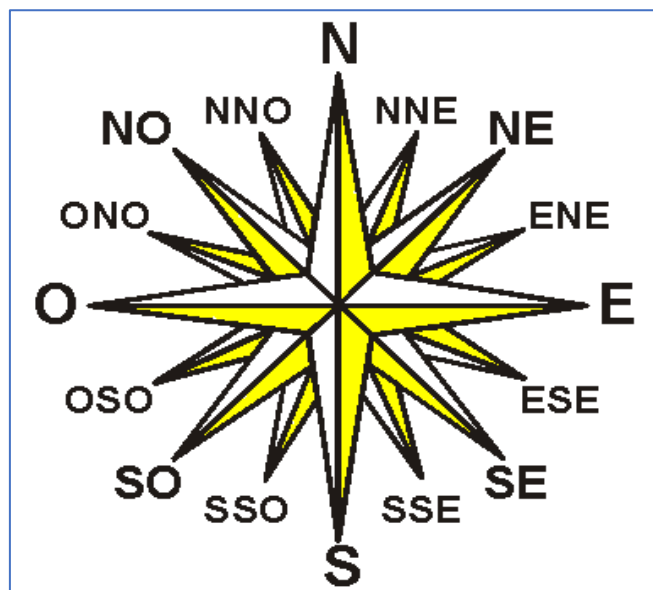
- La información que nos da el problema necesita ser ordenada.
- Se comienza el ordenamiento utilizando la información precisa o la más relacionada.
- Debemos verificar que la respuesta final que hallamos, cumpla con las condiciones del problema.

Los tipos de ordenamiento a tratar en esta semana son:

- Ordenamiento lineal.
- Ordenamiento circular.

3.2 Puntos cardinales

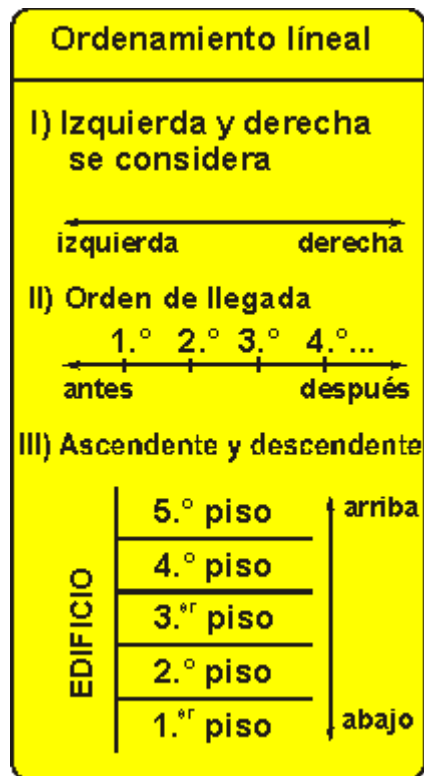
Son las cuatro direcciones derivadas del movimiento de rotación terrestre que conforma un sistema de referencia cartesiano para representar la orientación en un mapa o en la propia superficie terrestre. De estos, el **este** viene señalando por el lugar aproximado donde sale el sol cada día, el **oeste** el punto indicado por el ocaso del sol en su movimiento aparente.



3.3 Ordenamiento Lineal

Este tipo de problemas, a través de la información brindada, se ubicará a los elementos (personas, animales, objetos, etc) en un esquema lineal (horizontal o vertical).

La siguiente imagen representa los esquemas para su resolución:



a) Ordenamiento lineal horizontal

Se utilizan en problemas donde hablen de amigos sentados en una fila del cine o estadio, vecinos que viven en una misma cuadra, objetos a ser colocados en forma horizontal; etc.

Tener en cuenta

Izquierda ↔ Derecha
 Oeste ↔ Este
 Occidente ↔ Oriente

Ejemplo 1:

Sean seis personas sentadas en fila como muestra la imagen.

A	B	F	G	H	J
---	---	---	---	---	---

Solución:

- ¿Quién está al oriente de los demás? J
- ¿Quiénes están al oeste de F? A y B
- ¿Quiénes están adyacentes a B? A y F

- ¿Quién está junto y a la izquierda de H? G
- ¿Quién está tres lugares al occidente de G? A

Ejemplo 2:

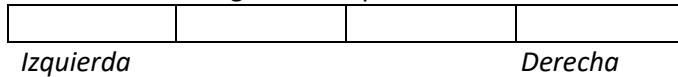
Cuatro amigas viven en la misma calle. Además:

- Sandra vive a la izquierda de Diana.
- La casa de Sandra queda junto a la de Diana y a la derecha de la de Carla.
- Carla vive a la derecha de Jessica.

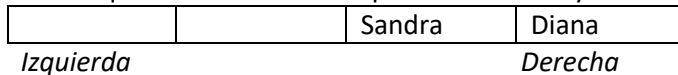
¿Quién vive a la izquierda de las demás?

Solución:

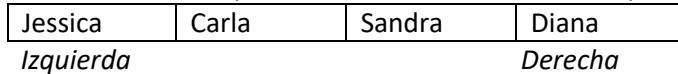
Consideremos el siguiente esquema:



Indican que Sandra vive a la izquierda de Diana y la casa de Sandra queda junto a la de Diana:



La casa de Sandra queda a la derecha de la de Carla y Carla vive a la derecha de Jessica:



Por lo tanto, **Jessica** es quien vive a la izquierda de las demás.

b) Ordenamiento lineal vertical

Se trata de situaciones que presentan característicamente criterios de comparación cuantitativa; utilizando mayormente la palabra mayor, menor, más, menos, arriba, abajo, ... etc.

Como, por ejemplo:

- La relación de las edades de un grupo de estudiantes.
- Comparación de estaturas, pesos.
- Personas que viven en un edificio.
- Altitud de ciudades, etc.

Para la solución de este tipo de problemas es conveniente la utilización de un segmento de recta puntualizando en éste la información, con precisión, estableciendo las relaciones entre los datos que presente el enunciado, es recomendable no suponer lo que el problema no señale.



Se utilizan en problemas donde hablen de estaturas y pesos de personas, altitudes de ciudades, personas que viven en un edificio, etc. Tener en cuenta «A no es mayor que B», significa que: A es menor que B o A es igual que B.

Ejemplo 1:

Cuatro hermanos viven en un edificio de 4 pisos. Si Arturo viven en el primer piso, Mario vive debajo de Jorge y Willy vive en el piso inmediatamente superior de Mario, ¿en qué piso vive Willy?

Solución:

Tomamos como referencia la persona que vive en un piso fijo (Arturo). Luego Mario vive debajo que Jorge, pero no seguido y Willy arriba de Mario, obteniendo lo siguiente:

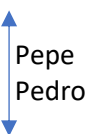
4°	Jorge
3°	Willy
2°	Mario
1°	Arturo

Ejemplo 2:

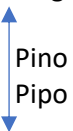
Pedro es menor que Pepe, Pipo es menor que Pino y Pepe es menor que Pipo, ¿Cuál es el mayor?

Solución:

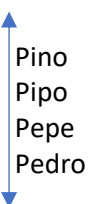
Iniciamos con que Pedro es menor que Pepe:



Luego Pipo es menor que Pino:



Ahora Pepe es menor que Pipo, y unimos las representaciones anteriores, obteniendo:



Por lo tanto, el mayor es **Pino**.

3.4 Ordenamiento Circular

Este tipo de problemas consisten en ordenar objetos o personas alrededor de un determinado sitio como. Por lo general estos ordenamientos se refieren a mesas circulares con asientos distribuidos simétricamente (iguales espacios). Sin embargo, se pueden presentar ordenamientos circulares en otros contextos como, por ejemplo: una mesa, una fogata; también personas haciendo una ronda, etc.

Si deseamos ordenar 6 personas ubicadas de manera simétrica alrededor de una mesa circular, se debe considerar:

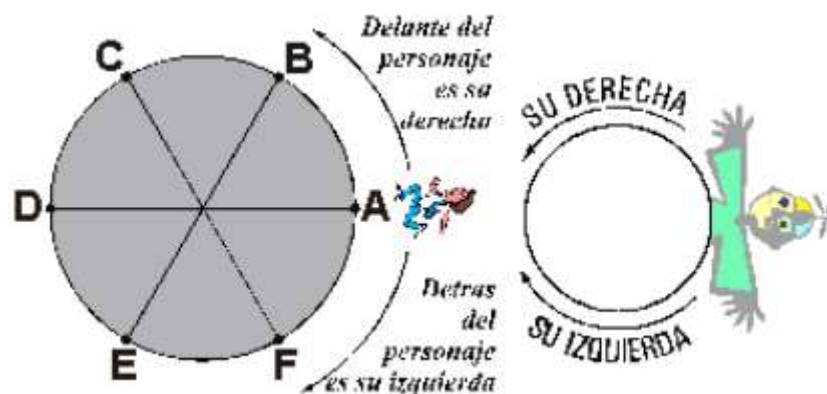


Además:

- B está sentado junto y a la derecha de A.
- D está entre C y E.

Recomendaciones:

- 1) Antes de empezar a resolver los problemas, observa la cantidad de asientos y la cantidad de personas, ya que, si éstos no coinciden, habrá algunas sillas desocupadas.
Es importante en este caso asumir que todos se ubican mirando al centro del círculo, de tal forma que se pueda establecer fácilmente las ubicaciones a la izquierda y/o derecha de cada persona o elemento presente en relación.

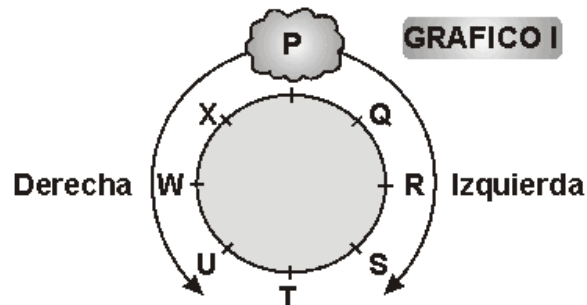


Para evitar confundirte, imagínate extendiendo los brazos a un personaje (recuerda que todos miran al centro de la mesa), cosa que los están al costado de su brazo derecho **están a su derecha**, y los que están al costado de su brazo izquierdo **están a su izquierda**.

- 2) También debes fijarte si es un número par o impar de asientos igualmente espaciados alrededor de la mesa, ya que si es un número de par de asientos unos quedarán frente a otras, de lo contrario solo en algunas ocasiones ocurrirá que haya uno al frente de otro.
- 3) Empieza con los datos que puedes fijar fácilmente, es decir que generen menos posibilidades, estos se refieren generalmente a posiciones frente a frente o uno junto a otro (adyacentes).
- 4) Recuerda que las posiciones izquierda y derecha dependen del elemento de referencia.
- 5) No te olvides de los elementos que están al lado, sólo se identifican como tales, si el texto especifica: "al lado de ...", "adyacente a ...", "junto a ...", "a un asiento de ..."
- 6) También debemos tener cuidado cuando nos dicen: está a un asiento, está a dos asientos, etc.

Ejemplo 1:

Sean ocho personas distribuidas simétricamente alrededor de una mesa circular como muestra la imagen:



Solución:

Tomando como referencia a "P".

- ¿Quién está al frente de P? T
- ¿Quién o quiénes están a la derecha de P? X, W y U
- ¿Quiénes están adyacentes a P? X y Q
- ¿Quién está junto y a la derecha de P? X
- ¿Quién está tres lugares a la izquierda de P? S

Ejemplo 2:

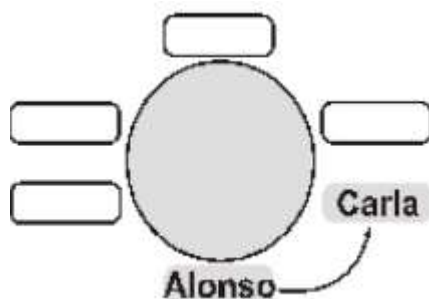
Seis amigos se sientan alrededor de una mesa circular en seis asientos simétricamente distribuidos. Se conoce lo siguiente:

- Ernesto está al frente de Carla.
- Dina está al frente de Flor, quien no está junto a Alonso.
- Carla está junto y a la derecha de Alonso.

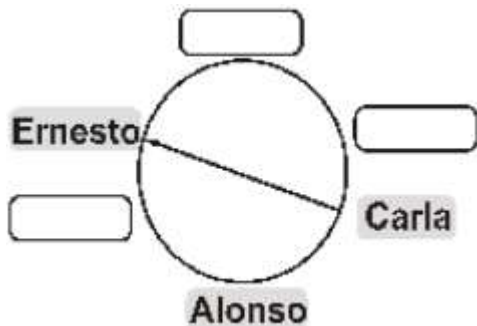
¿Quién está junto y a la izquierda de Beto?

Solución:

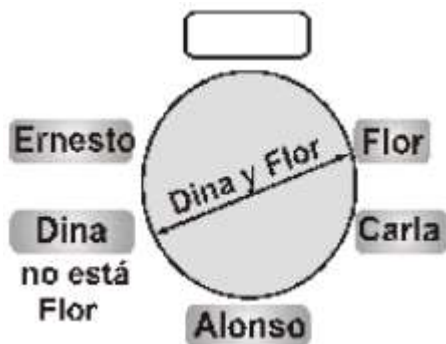
Del 3er dato: Junto y a la derecha de Alonso está Carla.



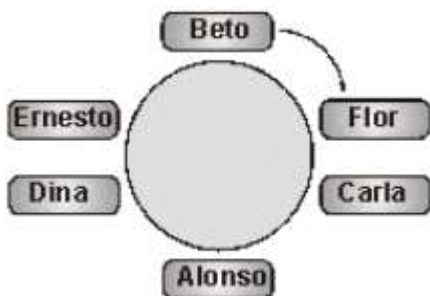
Del 1er dato: Al frente de Carla está Ernesto.



Para finalizar, del 2do dato: Dina está al frente de Flor, se observa que sólo hay dos asientos que verifican dicho dato. Además, Flor no está junto a Alonso.



Completamos la ubicación de los 6 amigos sitiando a Beto en la casilla restante.



Por lo tanto, junto y a la izquierda de **Beto** está **Flor**.

3.5 Ejercicios para el estudiante:

Son **ejercicios** que el **estudiante** debe desarrollarlos para afianzar sus conocimientos y **mejorar** su **nivel de aprendizaje** en el tema, según la respuesta marcada. En caso considere que la respuesta no es la correcta, es importante hacerla saber al docente en la clase sincrónica para realizar la corrección. **Entonces a practicar cada uno de los siguientes ejercicios.**

1) Se sabe que:

- "A" es mayor que "B".
- "C" es menor que "D", "E" es menor que "C".
- "B" es mayor que "D".

¿Quién es el menor?

- a) E b) C c) A d) D e) B

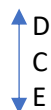
Solución:

Según los datos del enunciado, tenemos:

- "A" es mayor que "B"



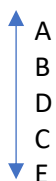
- "C" es menor que "D", "E" es menor que "C"



- "B" es mayor que "D"



Integrando los esquemas anteriores, tenemos:



Rpta: El menor es E.

- 2) Cuatro amigos se sientan alrededor de una mesa redonda con 4 sillas distribuidas simétricamente, se sabe que:
- PI no se sienta junto a PU.

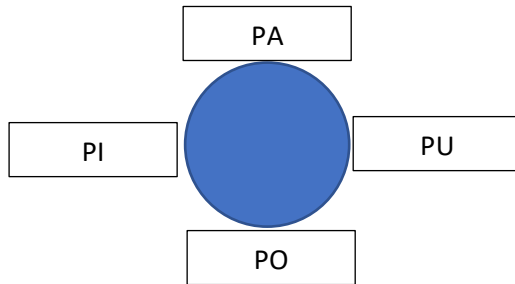
- PA se sienta junto y a la derecha de PU.

¿Dónde se sienta PO?

- a) Frente a PA b) Frente a PI c) A la derecha de PU d) A la izquierda de PI e) Todas

Solución:

Según los datos, creamos el siguiente esquema:



Rpta: Lo correcto es que PO se sienta frente a PA

- 3) Juan, Sergio, Rosario y Rocío se sientan alrededor de una mesa circular que tiene cuatro asientos distribuidos simétricamente y se sabe que:

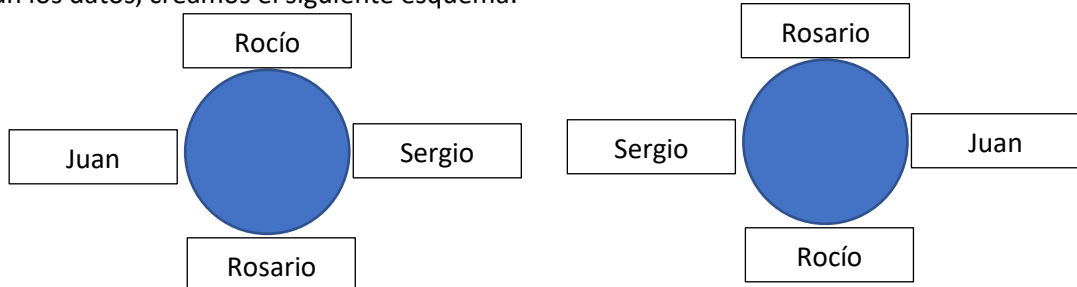
- Rosario se sienta a la derecha de Juan.
- Sergio está sentado junto a dos mujeres.

¿Quién se sienta a la izquierda y junto de Rocío?

- a) Sergio b) Juan c) Rosario d) José e) Nadie

Solución:

Según los datos, creamos el siguiente esquema:



Rpta: A la izquierda de Rocío se sienta Sergio.

- 4) Clara tiene más dinero que Isabel, pero menos que Paola, quien a su vez tiene lo mismo que Mary, quien tiene menos que Yacky. Si Angélica no tiene más que Paola, podemos afirmar.

- I. Yacky tiene más que Clara.
- II. Isabel tiene menos que Mary.
- III. Isabel es la que tiene menos.

- a) I y II b) I y III c) II y III d) Todas e) Ninguna

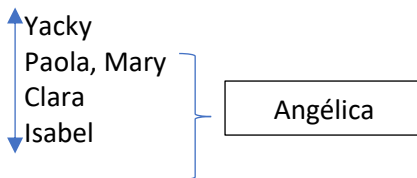
Solución:

De enunciado, tenemos los esquemas siguientes:

- Clara tiene más dinero que Isabel, pero menos que Paola, quien a su vez tiene lo mismo que Mary, quien tiene menos que Yacky:



- Angélica no tiene más que Paola:



Analizando, lo que podemos afirmar:

- I. Yacky tiene más que Clara (V)
- II. Isabel tiene menos que Mary (V)
- III. Isabel es la que tiene menos (F)

Rpta: Se afirma que I y II se cumple.

- 5) Cuatro vecinos viven en la misma calle:
- Pablo vive a la izquierda de Joseph.
 - La casa de Joseph queda junto y a la derecha de Jean.
 - Jean vive a la izquierda de Luis.

¿Quién vive al ESTE de los demás?

- a) Joseph b) Jean c) Luis d) Pablo e) Faltan datos

Solución:

De los datos, obtenemos el siguiente esquema:



Rpta: Al este (derecha) de los demás vive Luis

- 6) Un edificio de 6 pisos está ocupado por 6 familias. Cada familia ocupa un piso. Los Álvarez viven 2 pisos más arriba que los Calderón y 2 pisos más abajo que los Barrera. Los Domínguez viven en el segundo piso y los Gómez no viven adyacente con los Álvarez.

¿En qué piso viven los Muñoz?

- a) 1er piso b) 2do piso c) 3er piso **d) 4to piso** e) 5to piso

Solución:

Según los datos, tenemos el esquema siguiente:

Gómez
Barrera
Muñoz
Álvarez
Domínguez
Calderón

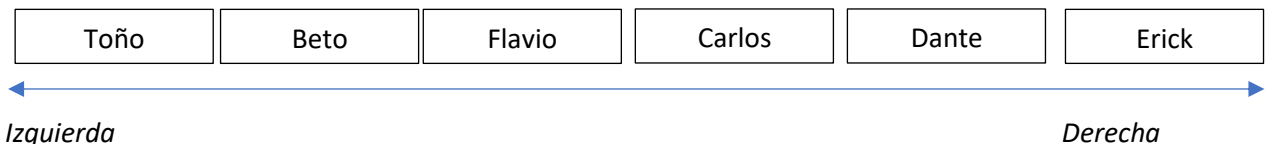
Rpta: Los Muñoz viven en el cuarto piso.

- 7) Carlos, Dante, Toño, Erick, Beto y Flavio se ubican en 6 asientos contiguos en una hilera de un teatro. Toño está junto y a la izquierda de Beto, Carlos a la derecha de Toño entre Flavio y Dante, Dante está junto y a la izquierda de Erick. ¿Quién ocupa el tercer asiento si los contamos de izquierda a derecha?

- a) Carlos b) Erick c) Dante **d) Flavio** e) Toño

Solución:

Según los datos, el esquema creado es:



Rpta: De izquierda a derecha, el que ocupa el tercer asiento es Flavio.

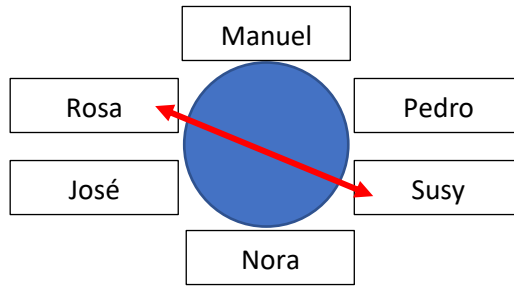
- 8) En una mesa circular hay 6 asientos distribuidos simétricamente, en los cuales se sientan 6 amigos. Si se sabe que:

- Manuel se sienta frente a Nora, y junto a Pedro.
- José se sienta frente a Pedro y a la izquierda de Nora.
- Susy no se sienta junto a José.

¿Quién se sienta frente a Rosa?

- a) José b) Manuel **c) Susy** d) Pedro e) Nora

Solución:



Rpta: Frente a Rosa se sienta Susy.

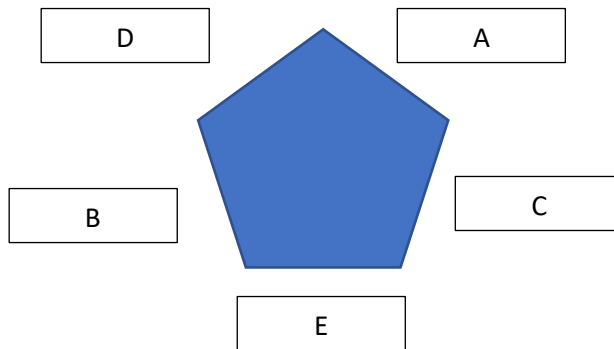
9) Cinco personas (A, B, C, D, E) se sientan numéricamente alrededor de una mesa pentagonal, una por lado. Se sabe que:

- "A" no está al costado de "B" ni de "E".
- "B" está al lado de "E" y "D".
- "C" está a la derecha de "E".

¿Quién está junto y a la izquierda de "D"?

- a) A b) B c) E d) C e) D

Solución:



Rpta: Junto y a la izquierda de D está A.

10) En una banca se sientan cinco personas: Raúl, Víctor, Ramiro, Daniel y José. Si se sabe que:

- Raúl y Daniel se sientan a los extremos.
- Ramiro está entre Víctor y José.
- Víctor está junto y a la izquierda de Daniel.

¿Quién está junto y a la derecha de Raúl?

- a) Víctor b) Raúl c) Daniel d) José e) Ramiro

Semana 4: Cuadro de decisiones

4.1 Introducción

Este tema consiste en un conjunto de datos desordenados que aparentemente no tienen relación; pero que una vez ordenada mediante cuadros o tablas, se puede obtener de manera práctica conclusiones y así responder a las interrogantes.

Veamos a continuación dos tipos de los cuadros más usados en el razonamiento matemático:

- Tabla de doble entrada
- Tabla corta o de categorías

4.2 Tabla de doble entrada

Se utiliza, sobre todo, en los problemas cortos y/o en los que hay que relacionar a cada persona con un solo rubro (actividad, característica, objeto, etc.), es decir solo cuando nos brinden únicamente dos rubros de información o dos categorías.

		Categoría B			
Categoría A					

Cuando en el problema se mencionan sólo dos categorías, se ordenará en una tabla de doble entrada como el siguiente ejemplo:

		OCUPACIONES			
		Actor	Policía	Chef	Locutor
NOMBRES	Alicia	x	✓	x	x
	Carlos	x	x	x	✓
	David	x	x	✓	x
	Emma	✓	x	x	x

Ejemplo 1:

A, B y C se encuentran después de tiempo y comentan sobre sus vicios:

- A dice: A mí no me gusta fumar ni beber.
- C dice: Me hubiera gustado aprender a fumar.

Considerando que solo hay tres vicios: fumar beber y jugar; y que cada uno de ellos tiene un solo vicio ¿Cuál es el vicio de B?

Solución:

- Construyamos un cuadro de doble entrada, para así mostrar todas las posibilidades:

	Fuma	Bebe	Juega
A			
B			
C			

x ✓

- Como a "A" no le gusta fumar ni beber, entonces le gusta jugar, y el cuadro resulta así:

	Fuma	Bebe	Juega
A	x	x	✓
B			x
C			x

- Como el juego le corresponde a "A", entonces el juego no será para "B" ni para "C".
- Considerando el segundo dato, se tendrá que "C" no fuma.

El cuadro resultante:

	Fuma	Bebe	Juega
A	x	x	✓
B	✓	x	x
C	x	✓	x

Por lo tanto "B" Fuma.

4.3 Tabla Corta o de Categorías

Se utiliza, mayormente, cuando hay que relacionar varios rubros (o categorías) para cada persona, por lo que una tabla de doble entrada resultaría muy grande, es decir para cuando nos brinden de 3 a más rubros de información.

Categoría A			
Categoría B			
Categoría C			
Categoría D			

Cuando en el problema se mencionan tres o más categorías, se ordenará en una tabla corta como en el siguiente ejemplo:

Nombre	Carlos	Victor	José
Universidad	Y	X	Z
Carrera	B	C	A

Ejemplo 1:

Tres amigas (Mariela, Lita y Sonia) llevan puesto, cada una, un polo de diferente color: rojo, amarillo y verde, y cada una de ellas tiene una mascota diferente: perro, gato y búho. Además, se sabe lo siguiente:

- Mariela le dice a la dueña del perro, que le gusta el polo amarillo que está usando.
- Lita usa polo rojo y no tiene de mascota a un animal de cuatro patas.

Solución:

Primero construimos nuestra tabla corta con los respectivos rubros.

Nombres			
Color			
Mascota			

- Primer dato: La dueña del perro usa polo amarillo y no es Mariela, es decir:

Nombres		Mariela	
Color	Amarillo		
Mascota	Perro		

- Segundo dato: Lita tiene polo rojo y tiene como mascota al búho, entonces:

Nombres		Mariela	Lita
Color	Amarillo		Rojo
Mascota	Perro		Buho

- Finalmente, se concluye (completando datos):

Nombres	Sonia	Mariela	Lita
Color	Amarillo	Verde	Rojo
Mascota	Perro	Gato	Buho

4.4 Criterios para organizar la información

- Lee el enunciado en su totalidad para determinar cuántos elementos y categorías deben existir y construir la tabla adecuada.
- Empiece a ordenar la información a partir del dato que nos indique qué característica corresponde a una persona o dato, donde intervengan el mayor número de personas y características.
- Tenga siempre en cuenta lo que nos pide el problema, porque no necesariamente se completará la tabla para obtener la respuesta.

Para completar adecuadamente la tabla corta o de categorías debemos de recordar:

- Cada columna nos representa una persona con sus respectivas características.

- Generalmente, si el problema no indica lo contrario, a las personas le corresponden características distintas. Por ejemplo, el dato Carmen y la profesora, se deduce que Carmen no es profesora, porque dicho dato menciona a dos personas distintas.
- Datos que corresponden a una persona se ubican en la misma columna.
- Datos que corresponden a dos o más personas se ubican en columnas distintas.

4.5 Ejercicios para el estudiante

Son **ejercicios** que el **estudiante** debe desarrollarlos para afianzar sus conocimientos y **mejorar** su **nivel de aprendizaje** en el tema, según la respuesta marcada. En caso considere que la respuesta no es la correcta, es importante hacerla saber al docente en la clase sincrónica para realizar la corrección. **Entonces a practicar cada uno de los siguientes ejercicios.**

1) Alberto, Brian y Carlos tienen distintas profesiones. Carlos y el abogado no se conocen, Alberto es hermano del abogado y amigo del profesor. Si uno de ellos es médico, entonces es correcto que:

- a) Alberto es profesor **b) Brian es abogado** c) Carlos es médico
 d) Alberto es abogado e) Brian es profesor

Solución:

Primero construimos nuestra tabla de doble entrada con las categorías:

	Abogado	Profesor	Médico
Alberto			
Brian			
Carlos			

x ✓

Ahora representamos la información que nos proporciona.

- Carlos y el abogado no se conocen y Alberto es hermano del abogado y amigo del profesor. Deducimos que **Brian es abogado**.

	Abogado	Profesor	Médico
Alberto	x	x	
Brian	✓		
Carlos	x		

- Si uno es médico y completamos la tabla:

	Abogado	Profesor	Médico
Alberto	x	x	✓
Brian	✓	x	x
Carlos	x	✓	x

Rpta: Lo correcto es que Brian es Abogado

2) Tres hermanos se van de paseo a lugares diferentes:

- Mario eligió ir a la piscina antes que a la playa.
- Nino le dijo al que fue al campo que tiene poco dinero.
- Pedro se fue de paseo estando enfermo.

¿A dónde se fue de paseo Pedro?

- a) Playa b) Piscina c) Acuario **d) Campo** e) Zoológico

Solución:

Construimos la tabla de doble entrada con las categorías proporcionadas.

	Piscina	Playa	Campo
Mario			
Nino			
Pedro			

x ✓

De la información, tenemos:

- Mario eligió ir a la piscina antes que, a la playa, entonces se deduce que no va al campo ni a la playa. Así mismo Nino y Pedro ya no van a la piscina.

	Piscina	Playa	Campo
Mario	✓	x	x
Nino	x		
Pedro	x		

- Nino le dijo al que fue al campo que tiene poco dinero, entonces Nino no fue al campo sino a la playa. Pedro se fue de paseo estando enfermo, es decir al campo. Y completando la tabla:

	Piscina	Playa	Campo
Mario	✓	x	x
Nino	x	✓	x
Pedro	x	x	✓

Rpta: Pedro se fue de paseo al campo

- 3) A un concierto de "Mar de Copas" acuden Hugo, Paco y Luis acompañados de sus enamoradas Patty, Janet y María (no necesariamente en ese orden).

Además:

- Paco deja a su pareja un momento y acompaña a María a comprar una gaseosa.
- Luis está celoso ya que Paco y María demoran mucho tiempo.
- Patty y Hugo son muy buenos amigos.

¿Quién es la enamorada de Paco?

- a) Patty** b) Rosa c) María d) Janet e) No se sabe

Solución:

Construimos la tabla de doble entrada con las dos categorías.

	Patty	Janet	María
Hugo			
Paco			
Luis			

x ✓

De la información, tenemos:

- Paco deja a su pareja un momento y acompaña a María a comprar una gaseosa. Luis está celoso ya que Paco y María demoran mucho tiempo. Se deduce que Hugo y María no son parejas y que Luis no es pareja de Patty ni Janet.

	Patty	Janet	María
Hugo			✗
Paco			✗
Luis	✗	✗	✓

- Patty y Hugo son muy buenos amigos. Completando la tabla, tenemos:

	Patty	Janet	María
Hugo	✗	✓	✗
Paco	✓	✗	✗
Luis	✗	✗	✓

Rpta: La enamorada de Paco es Patty

- 4) Manuel y José tienen diferentes ocupaciones y viven en distritos diferentes. Se sabe que el vendedor visita a su amigo en Lince. José vive en Breña, uno de ellos es doctor. Luego es cierto que:
- a) El doctor vive en Breña b) José no es vendedor
 c) El que vive en Lince es vendedor d) Manuel es doctor e) El doctor es José

Solución:

Construimos una tabla corta con las tres categorías:

Nombres		
Ocupaciones		
Distritos		

De la información, obtenemos:

- El vendedor visita a su amigo en Lince, entonces se deduce que vive en Breña y en Lince el Doctor.

Nombres		
Ocupaciones	Vendedor	Doctor
Distritos	Breña	Lince

- José vive en Breña, uno de ellos es doctor. Deduciendo que el Doctor es Manuel.

Nombres	José	Manuel
Ocupaciones	Vendedor	Doctor
Distritos	Breña	Lince

Rpta: Lo correcto es que Manuel es Doctor.

- 5) María, Gladys y Nelly tienen diferentes ocupaciones. Nelly y la médica no se conocen, Gladys es hermana de la médica y amiga de la reportera, si una de ellas es profesora, entonces es cierto que:
- a) Gladys es reportera **b) Nelly es reportera** c) Gladys es médica

d) María es profesora e) Nelly es médica

x ✓

Solución:

Construimos la tabla de doble entrada:

	Medica	Reportera	Profesora
María			
Gladys			
Nelly			

De la información, tenemos:

- Gladys es hermana de la médica y amiga de la reportera, si una de ellas es profesora. De ello se deduce que Gladys es profesora.

	Medica	Reportera	Profesora
María			x
Gladys	x	x	✓
Nelly			x

- Nelly y la médica no se conocen, entonces Nelly es Reportera y María es Médica.

	Medica	Reportera	Profesora
María	✓	x	x
Gladys	x	x	✓
Nelly	x	✓	x

Rpta: Es correcto que Nelly es reportera

- 6) Betty, Lenny, Miriam, Pamela y Juana tienen ocupaciones diferentes. Betty, Juana y la profesora están enojadas con Pamela; Lenny es amiga de la contadora y de la economista, la doctora es familiar de Pamela. La peluquera es muy amiga de Miriam, Juana y la contadora. A Betty siempre le gustó la medicina. ¿Quién es la peluquera?

a) Betty **b) Lenny** c) Pamela d) Juana e) Miriam

Solución:

Construimos la tabla de doble entrada con las dos categorías:

	Profesora	Contadora	Economista	Doctora	Peluquera
Betty					
Lenny					
Miriam					
Pamela					
Juana					

x ✓

De la información, tenemos:

- Betty, Juana y la profesora están enojadas con Pamela. Así mismo, Lenny es amiga de la contadora y de la economista, la doctora es familiar de Pamela.

	Profesora	Contadora	Economista	Doctora	Peluquera
Betty	x				
Lenny		x	x		
Miriam					

Pamela	x			x	
Juana	x				

- La peluquera es muy amiga de Miriam, Juana y la contadora. A Betty siempre le gustó la medicina. Deduciendo que la contadora es Pamela. Así mismo completamos la tabla:

	Profesora	Contadora	Economista	Doctora	Peluquera
Betty	x	x	x	✓	x
Lenny	x	x	x	x	✓
Miriam	✓	x	x	x	x
Pamela	x	✓	x	x	x
Juana	x	x	✓	x	x

Rpta: La peluquera es Lenny

- 7) Tres Personas (A, B y C) tienen diferentes aficiones: fútbol, básquet y vóley; y gustan de colores diferentes: azul, rojo y blanco. Si se sabe que:
- "B" no practica vóley.
 - La basquetbolista no gusta del rojo.
 - "A" no practica básquet.
 - Quién practica vóley gusta del blanco.
 - "B" no gusta del azul.

¿Qué afición tiene A?

- a) Fútbol b) Básquet **c) Vóley** d) Fútbol o básquet e) Básquet o vóley

Solución:

Construimos una tabla corta con las tres categorías:

Nombres			
Aficiones			
Colores			

De la información, obtenemos:

- Quien practica vóley gusta del blanco. "B" no gusta del azul.

Nombres			B
Aficiones	Vóley		
Colores	Blanco	Azul	Rojo

- La basquetbolista no gusta del rojo. "B" no practica vóley. "A" no practica básquet.

Nombres	A	C	B
Aficiones	Vóley	Básquet	Fútbol
Colores	Blanco	Azul	Rojo

Rpta: A tiene como afición el vóley.

- 8) Tres muchachos llamados Coco, Willy y Carlos gustan ver TV. Los sábados por la tarde; uno gusta de programas deportivos, otro policiales y el otro culturales. Se sabe que Willy disfruta cuando ve

encuentros reñidos por TV. Carlos le ha dicho a Coco que alquile una película con mucha acción. Entonces es cierto que:

- a) Willy gusta de programas deportivo b) Coco ve programas culturales
 c) Carlos ve películas policiales d) Willy no ve programas culturales
 e) Todas son ciertas

Solución:

Construimos la tabla de doble entrada con las dos categorías:

	Deportivo	Policiales	Culturales
Coco			
Willy			
Carlos			

x✓

De la información, tenemos:

- Willy disfruta cuando ve encuentros reñidos por TV y completamos lo que no corresponde.

	Deportivo	Policiales	Culturales
Coco	x		
Willy	✓	x	x
Carlos	x		

- Carlos le ha dicho a Coco que alquile una película con mucha acción.

	Deportivo	Policiales	Culturales
Coco	x	x	✓
Willy	✓	x	x
Carlos	x	✓	x

Rpta: Todas son ciertas.

x✓

9) Tres personas viven en 3 ciudades distintas y tienen ocupaciones diversas. Se sabe que:

- José no vive en Lima.
- Luis no vive en Piura.
- El que vive en Lima no es religioso.
- Luis no es profesional.
- El que vive en Piura es político.
- Uno de ellos se llama Fernando.
- Uno de ellos vive en Huancayo.

Entonces, es cierto que:

- a) El piurano es profesional b) El religioso es limeño
 c) Fernando es limeño y político d) Fernando es profesional
 e) José es profesional

Solución:

Construimos una tabla corta con las tres categorías:

Nombres			
Ciudades			
Ocupaciones			

De la información, obtenemos:

- El que vive en Piura es político. Uno de ellos vive en Huancayo. El que vive en Lima no es religioso.

Nombres			
Ciudades	Piura	Huancayo	Lima
Ocupaciones	Político	Religioso	

- Luis no vive en Piura y no es profesional. José no vive en Lima. Uno de ellos se llama Fernando.

Nombres	José	Luis	Fernando
Ciudades	Piura	Huancayo	Lima
Ocupaciones	Político	Religioso	Profesional

Rpta: Es cierto que Fernando es profesional

10) Mily, Pili, Lenin y Ely terminaron sus estudios de Medicina, Ingeniería, Matemática y Derecho, pero no necesariamente en ese orden. Se sabe que:

- Mily no estudia Medicina.
- Pili hubiera estudiado Derecho y Lenin hubiera estudiado Ingeniería.
- Ely quiere empezar a estudiar Matemática.
- Lenin estudiaría Medicina si Pili no lo hiciera.
- Mily estudiaba Derecho, pero se trasladó a Matemática.

¿Qué estudia Mily?

- a) Medicina b) Ingeniería **c) Matemática** d) Derecho e) Faltan datos

Solución:

Construimos nuestra de doble entrada.

	Medicina	Ingeniería	Matemática	Derecho
Mily				
Pili				
Lenin				
Ely				

x✓

De la información proporcionada, tenemos:

- Mily no estudia Medicina. Lenin estudiaría Medicina si Pili no lo hiciera. Mily estudiaba Derecho, pero se trasladó a Matemática.

	Medicina	Ingeniería	Matemática	Derecho
Mily	x	x	✓	x
Pili	✓	x	x	x
Lenin	x		x	
Ely	x		x	

- Pili hubiera estudiado Derecho y Lenin hubiera estudiado Ingeniería. Ely quiere empezar a estudiar Matemática. Y completamos toda la tabla.

	Medicina	Ingeniería	Matemática	Derecho
Mily	×	×	✓	×
Pili	✓	×	×	×
Lenin	×	×	×	✓
Ely	×	✓	×	×

Rpta: Mily estudia matemática

11) Fernanda, Silvia y Ana llegan a una fiesta a las 8 pm, 9 pm y 10 pm, aunque no necesariamente en ese orden y llevan puestos vestidos de color rojo, negro y turquesa, claro que no en ese orden. Se tiene la siguiente información:

- La que llegó a las 9 pm, lleva vestido de color rojo.
- Silvia que llegó última le comenta a la que lleva vestido negro, que ese color le queda espectacular.

Si Fernanda llegó antes que todas, ¿quién lleva el vestido negro y a qué hora llegó?

- a) Ana – 8 pm b) Fernanda – 10 pm c) Silvia – 10 pm
 d) Fernanda – 8 pm e) Silvia – 9 pm

Semana 5: Conteo de figuras

5.1 Introducción

En este tipo de preguntas se presenta una figura principal dividida en figuras secundarias. El Mecanismo consiste en determinar la máxima cantidad (exacta) de figuras de cierto tipo, que se encuentran presentes en una figura dada.

Entre los mecanismos, aplicaremos los siguientes métodos:

- Conteo simple
- Conteo mediante inducción (fórmula)

5.2 Conteo Simple

Consiste en asignar números y/o letras a todas las figuras simples, posteriormente se procede al conteo creciente y ordenado de figuras de un número, al unir 2 números, al unir 3, etc.

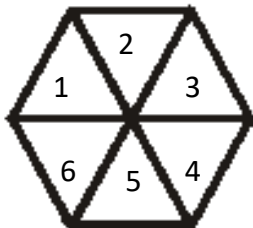
Ejemplo 1:

¿Cuántos cuadriláteros hay en la siguiente figura?



Solución:

Asignamos números a cada región simple.



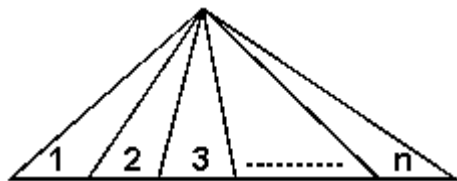
- De 1 número: ninguno
- De 2 números: 12; 23; 34; 45; 56; 61
- De 3 números: 123; 234; 345; 456; 561; 612

Total, de cuadriláteros: $0 + 6 + 6 = 12$

5.3 Conteo mediante inducción (fórmula)




Consiste en analizar casos particulares a la figura dada (figuras análogas), tratando de encontrar una ley de formación coherente, para luego poder generalizar (encontrar la fórmula).

Ejemplo 1: ¿Cuántos triángulos hay en la siguiente figura?



Solución:

Casos particulares:

Para n	Figura	Nro de Triángulos
2		$= 3 = 1 + 2 = \frac{2 \times 3}{2}$
3		$= 6 = 1 + 2 + 3 = \frac{3 \times 4}{2}$
4		$= 10 = 1 + 2 + 3 + 4 = \frac{4 \times 5}{2}$

Entonces, se deduce que:

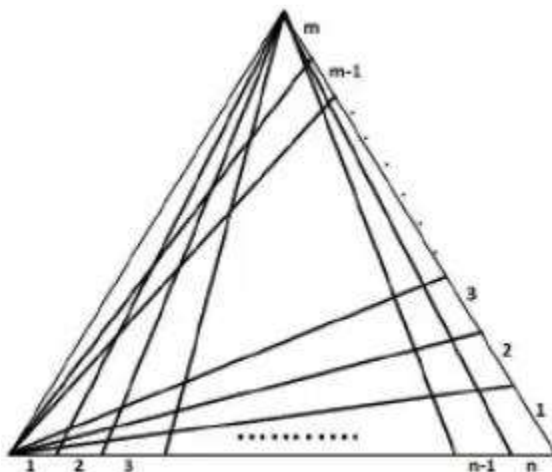
$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n + 1)}{2}$$

"Este método nos sirve para contar también "segmentos", "cuadriláteros", "ángulos agudos", "sectores circulares", "hexágonos", "trapecios", "letras", etc., pero representados en una hilera"

5.4 Figuras distribuidas en varias hileras o distribuciones

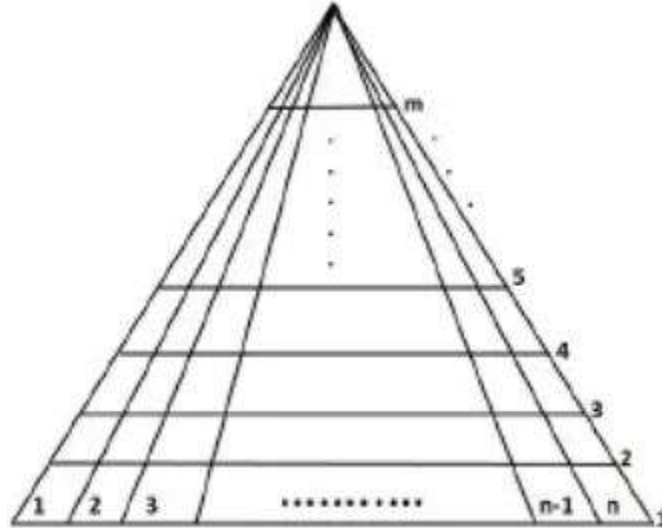
Para otros casos, se presentan las fórmulas siguientes:

a) Caso 1: Número de triángulos





$$\text{Nro de Triángulos} = \frac{mn(m+n)}{2}$$



$$\text{Nro de Triángulos} = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right] \cdot m$$

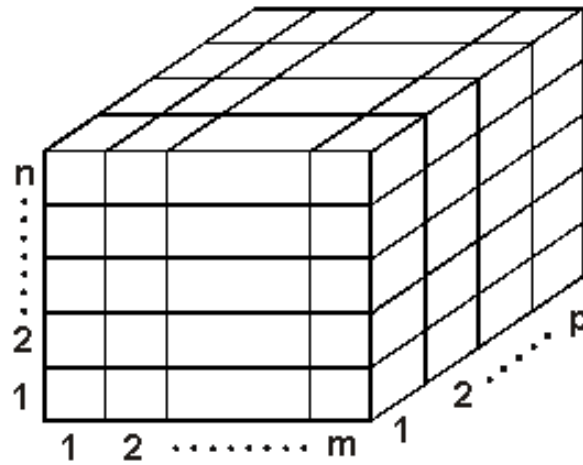
b) Caso 2: Número de cuadriláteros y cuadrados

1	2	3	m
2				
3				
⋮				
n				

$$\text{Nro de cuadriláteros} = \frac{n(n+1)}{2} \cdot \frac{m(m+1)}{2}$$

$$\text{Nro de cuadrados} = m \cdot n + (m-1)(n-1) + \dots \text{ hasta que uno de los dos sea } 1$$

c) Caso 3: Número total de paralelepípedos y cubos



$$\text{Nro de paralelepípedos} = \frac{n(n+1)}{2} \cdot \frac{m(m+1)}{2} \cdot \frac{p(p+1)}{2}$$

Nro de cubos = $m \cdot n \cdot p + (m-1)(n-1)(p-1) + \dots$ hasta que uno de los tres sea 1

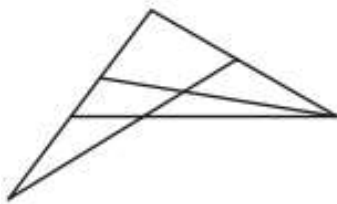
$$\text{Nro de cubos} = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$$

5.5 Ejercicios para el estudiante

Son **ejercicios** que el **estudiante** debe desarrollarlos para afianzar sus conocimientos y **mejorar** su **nivel de aprendizaje** en el tema, según la respuesta marcada. En caso considere que la respuesta no es la correcta, es importante hacerla saber al docente en la clase sincrónica para realizar la corrección.

Entonces a practicar cada uno de los siguientes ejercicios.

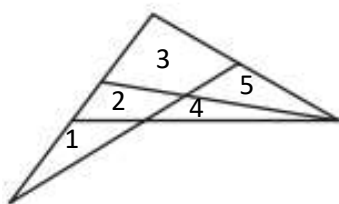
1) ¿Cuántos triángulos hay en la siguiente figura?



- a) 8 b) 10 c) 12 **d) 9** e) 6

Solución:

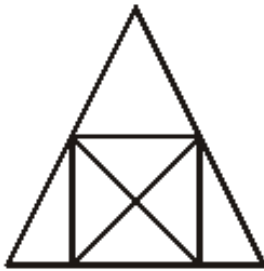
Asignamos un número para aplicar el conteo simple:



- Con un número: 1, 4, 5 → 3
 Con dos números: 12, 24, 35, 54 → 4
 Con tres números: 123 → 1
 Con cuatro números: 2345 → 1

Rpta: En total se forman 9 triángulos.

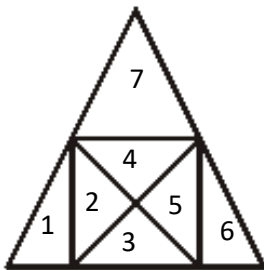
2) Indique el número de triángulos que hay en la siguiente figura:



- a) 18 **b) 14** c) 16 d) 7 e) 5

Solución:

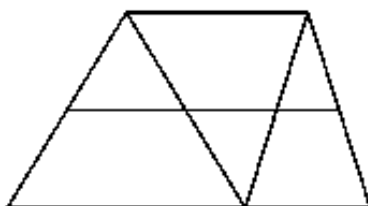
Asignamos un número para aplicar el conteo simple:



- Con un número: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 → 7
 Con dos números: 23, 45, 35, 24 → 4
 Con tres números: 123, 356 → 2
 Con todos los números. 1234567 → 1

Rpta: En total se forman 14 triángulos

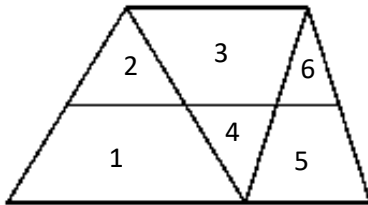
3) Indicar la cantidad de cuadriláteros en:



- a) 12 b) 14 c) 10 d) 13 e) 15

Solución:

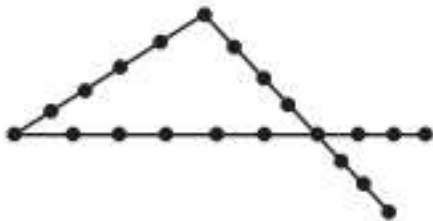
Asignamos un número para aplicar el conteo simple:



- Con un número: 1, 3, 5 → 3
 Con dos números: 14, 23, 45, 36 → 4
 Con tres números: 145, 236 → 2
 Con cuatro números: 1234, 3645 → 2
 Con todos los números: 123456 → 1

En total se forman 12 cuadriláteros.

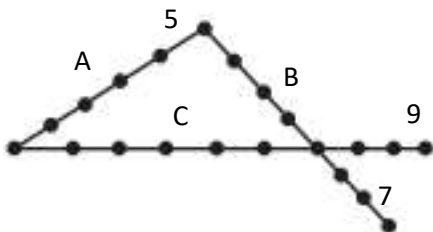
- 4) ¿Cuántos segmentos hay en la siguiente figura?



- a) 28 b) 60 c) 88 d) 68 e) 36

Solución:

Recuerden que un segmento es una línea recta. Entonces cada línea se desarrolla por separado y luego los resultados se suman. Los segmentos los etiquetamos.



Recuerden usar la fórmula:

$$\text{Segmentos} = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$A: n = 5, \frac{5(6)}{2} = 15 \text{ segmentos}$$

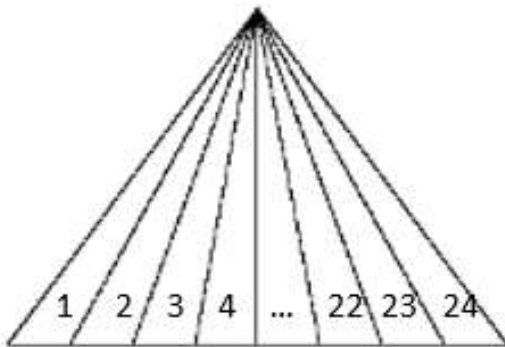


$$B: n = 7, \frac{7(8)}{2} = 28$$

$$C: n = 9, \frac{9(10)}{2} = 45$$

Rpta: En total tenemos 15+28+45 =88 segmentos

5) Hallar el número de triángulos en:



a) 120

b) 150

c) 180

d) 300

e) 240

Solución:

Por inducción, aplicamos la fórmula:

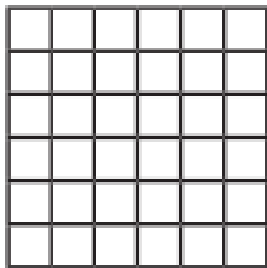
$$\text{Nro triángulos} = \frac{n(n+1)}{2}$$

De la figura $n = 24$

$$\text{Nro triángulos} = \frac{24(25)}{2} = \frac{600}{2} = 300$$

Rpta: Se tienen en total 300 triángulos.

6) ¿Cuántos cuadriláteros hay en la siguiente figura?



a) 440

b) 441

c) 442

d) 443

e) 445

Solución:

Por inducción, aplicamos la fórmula:

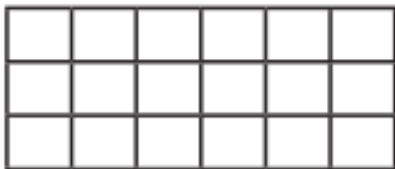
$$\text{Nro de cuadriláteros} = \frac{n(n+1)}{2} \cdot \frac{m(m+1)}{2}$$

De la figura: $m = 6, n = 6$

$$\text{Nro de cuadriláteros} = \frac{6(7)}{2} \cdot \frac{6(7)}{2} = 21 \times 21 = 441$$

Rpta: En total existen 441 cuadriláteros.

7) ¿Cuántos cuadrados hay en total en la figura?



- a) 32 b) 34 c) 30 c) 33 e) 35

Solución:

Por inducción, aplicamos la fórmula:

$$\text{Nro de cuadrados} = m \cdot n + (m-1)(n-1) + \dots \text{ hasta que uno de los dos sea } 1$$

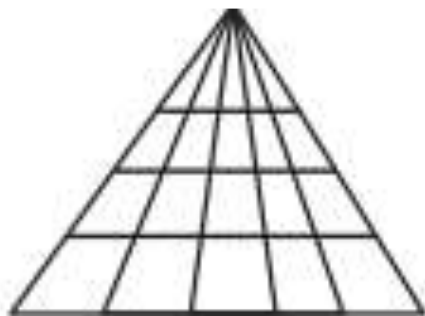
De la figura: $m = 3, n = 6$

$$\text{Nro de cuadrados} = 3 \times 6 + 2 \times 5 + 1 \times 4$$

$$\text{Nro de cuadrados} = 18 + 10 + 4 = 32$$

Rpta: En total se forma 32 cuadrados.

8) Hallar la cantidad de triángulos en:



- a) 20 b) 15 c) 80 d) 30 e) 60

Solución:

Por inducción, aplicamos la fórmula:

$$\text{Nro de Triángulos} = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right] \cdot m$$

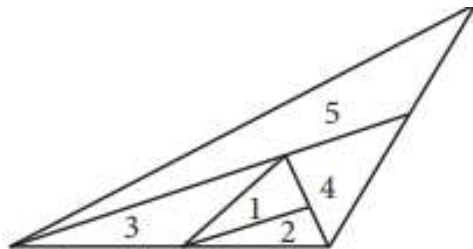
De la figura: $m = 4, n = 5$

$$\text{Nro de Triángulos} = \frac{5(6)}{2} \times 4$$

$$\text{Nro de Triángulos} = 15 \times 4 = 60$$

Rpta: En total se forman 60 triángulos.

9) ¿Cuántos triángulos en total hay en la figura mostrada?



- a) 8 b) 10 c) 12 **d) 9** e) 6

Solución:

Aplicando conteo simple:

Con un número: 1, 2, 3, 4, 5 → 5

Con dos números: 12 → 1

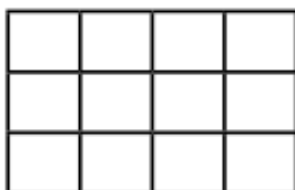
Con tres números: 123 → 1

Con cuatro números: 1234 → 1

Con todos los números: 123456 → 1

Rpta: En total se forman 9 triángulos

10) Calcula la cantidad de cuadriláteros y cuadrados que hay en la figura, estos son respectivamente:



- a) 60 y 20** b) 70 y 30 c) 10 y 40 d) 90 y 50 e) 60 y 30

Solución:

Por inducción, aplicamos las fórmulas:

$$\text{Nro de cuadriláteros} = \frac{n(n+1)}{2} \cdot \frac{m(m+1)}{2}$$

$$\text{Nro de cuadrados} = m \cdot n + (m-1)(n-1) + \dots \text{ hasta que uno de los dos sea } 1$$

$$\text{de la figura: } m = 4, n = 3$$

$$\text{Nro de cuadriláteros} = \frac{3(4)}{2} \cdot \frac{4(5)}{2}$$

$$\text{Nro de cuadriláteros} = 6 \times 10 = 60$$

$$\text{Nro de cuadrados} = 4 \times 3 + 3 \times 2 + 2 \times 1$$

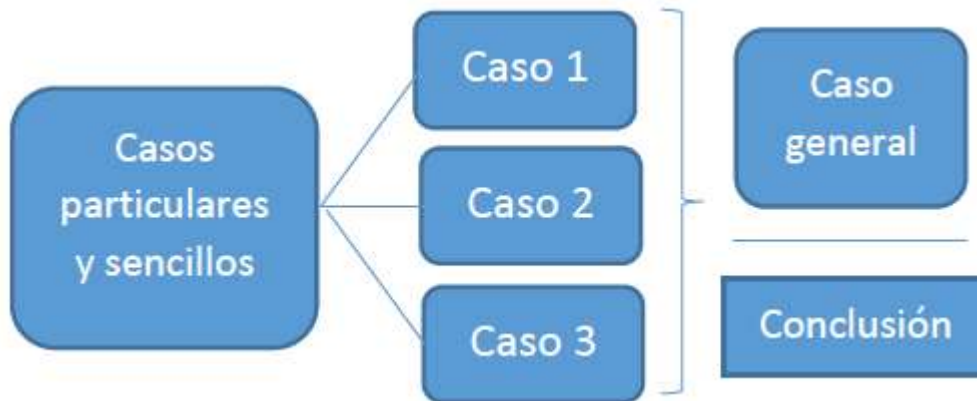
$$\text{Nro de cuadrados} = 12 + 6 + 2 = 20$$

Rpta: En total se forman 60 cuadriláteros y 20 cuadrados.

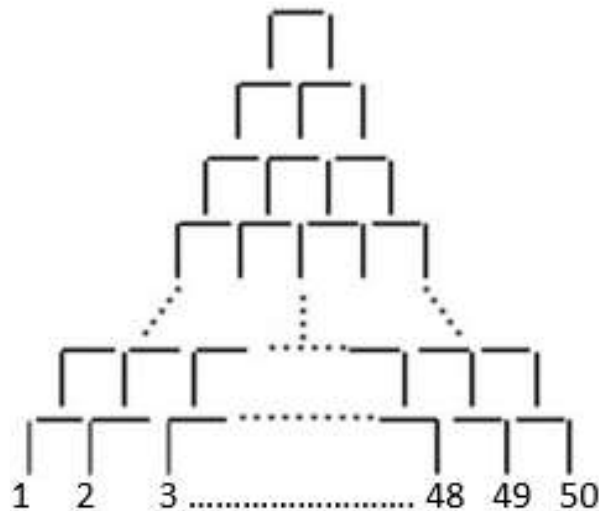
Semana 6: Inducción matemática

6.1 El Razonamiento Inductivo

Consiste en analizar una serie de sucesos particulares con las mismas características, para que, al ser relacionados adecuadamente, nos permita llegar a una conclusión o suceso general.



Ejemplo 1: Hallar la cantidad de palitos en la siguiente figura:



Solución:

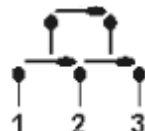
Entonces, aplicamos inducción analizando los 3 casos más simples que se puedan encontrar.

- **Caso 1:**



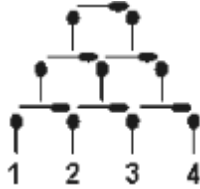
Palitos base: 2 → Total palitos: $2^2 - 1 = 3$

- **Caso 2:**



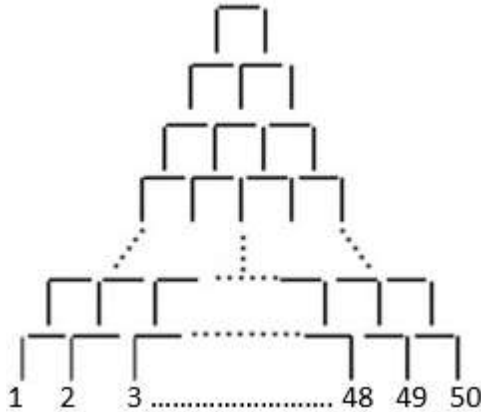
Palitos base: 3 → Total palitos: $3^2 - 1 = 8$

• **Caso 3:**



Palitos base: 4 \rightarrow Total palitos: $4^2 - 1 = 15$

Entonces en el problema:



Palitos base: 50 \rightarrow Total palitos: $50^2 - 1 = 2499$

Ejemplo 2: ¿Cuál es la suma de cifras del resultado de 111111111^2 ?

Solución:

Aplicando inducción, logramos lo siguiente:

- **Caso 1:** $1^2 = 1 \rightarrow$ Suma de cifras: $1^2 = 1$, 1 cifra uno
- **Caso 2:** $11^2 = 121 \rightarrow$ Suma de cifras: $2^2 = 4$, 2 cifras uno
- **Caso 3:** $111^2 = 12321 \rightarrow$ Suma de cifras: $3^2 = 9$, 3 cifras uno

Entonces se deduce del problema:

111111111^2 , existen 9 cifras uno \rightarrow Suma de cifras: $9^2 = 81$

"Tener en cuenta: Este tipo de razonamiento inductivo es el llamado incompleto. No necesariamente en todos los casos se cumplirá siempre. Por ejemplo, la suma de cifras del resultado de 111111111^2 no es $10^2 = 100$ "

6.2 Ejercicios para el estudiante

Son **ejercicios** que el **estudiante** debe desarrollarlos para afianzar sus conocimientos y **mejorar** su **nivel de aprendizaje** en el tema, según la respuesta marcada. En caso considere que la respuesta no es la correcta, es importante hacerla saber al docente en la clase sincrónica para realizar la corrección. **Entonces a practicar cada uno de los siguientes ejercicios.**

- 1) Calcula la suma de cifras del resultado de la siguiente operación:

$$J = (111111)^2$$

- a) 12 b) 24 **c) 36** d) 35 e) 38

Solución:

Analizamos usando las primeras cifras:

Caso 1: $1^2 = 1$, la suma de cifras es $1 = 1^2$

Caso 2: $11^2 = 121$, la suma de cifras es $4 = 2^2$

Caso 3: $111^2 = 12321$, la suma de cifras es $9 = 3^2$

La forma general es n^2 , donde n es el número de cifras.

Entonces se concluye que: $(111111)^2$, la suma de cifras es $6^2 = 36$

- 2) Calcula la suma de cifras del resultado:

$$E = \underbrace{(9999 \dots 999)}_{25 \text{ cifras}}^2$$

- a) 105 b) 125 c) 335 d) 355 **e) 225**

Solución:

Analizamos por grupo de dígitos:

Caso 1: $9^2 = 81$, la suma de cifras es $8 + 1 = 9$, es decir 9×1

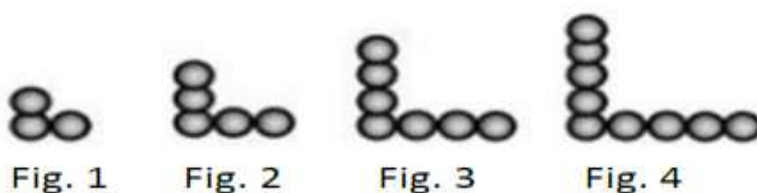
Caso 2: $99^2 = 9801$, la suma de cifras es $9 + 8 + 0 + 1 = 18$, es decir 9×2

Caso 3: $999^2 = 998001$, la suma de cifras es $9 + 9 + 8 + 0 + 0 + 1 = 27$, es decir 9×3

Entonces la forma general para n cifras es: *suma de cifras* = $9n$

Se concluye que: $\underbrace{(9999 \dots 999)}_{25 \text{ cifras}}^2$ del resultado ($n = 25$), la suma de cifras = $9(25) = 225$

- 3) ¿Cuántas esferas habrá en la figura 20?



- a) 40 b) 39 **c) 41** d) 44 e) 42

Solución:

Analizamos las primeras figuras:


Fig. 1:  $3 = 2 + 1 = 2(1) + 1$


Fig. 2:  $5 = 4 + 1 = 2(2) + 1$

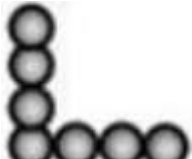

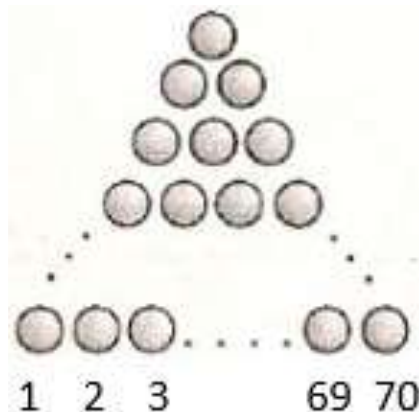
Fig. 3:  $7 = 6 + 1 = 2(3) + 1$

Fig. 4:  $9 = 8 + 1 = 2(4) + 1$

Para la figura n , se tendría *total de esferas* $= 2n + 1$

Se concluye en la figura 20: $n = 20$, *total de esferas* $= 2(20) + 1 = 41$


- 4) ¿Cuántas esferas hay en total en el siguiente arreglo?





- a) 2480 b) 2540 **c) 2485** d) 2640 e) 2545


Solución:

Analizamos los siguientes casos:

Caso 1:  $1 = 1, \frac{1(1+1)}{2} = 1$

Caso 2:  $3 = 1 + 2, \frac{2(2+1)}{2} = 3$

Caso 3:  $6 = 1 + 2 + 3, \frac{3(3+1)}{2} = 6$

Caso 4:  $10 = 1 + 2 + 3 + 4, \frac{4(4+1)}{2} = 10$

Entonces se concluye que para n filas de esferas en la base: $total = \frac{n(n+1)}{2}$

Por lo tanto, para $n = 70$ se tienen total de esferas $= \frac{70(71)}{2} = 2485$

5) Calcula el valor de "M":

$$M = \sqrt{47 \times 48 \times 49 \times 50 + 1}$$

- a) 3215 b) 2145 c) 3451 **d) 2351** e) 5315

Solución:

Analizamos los casos empezando desde 1.

Caso 1: $M = \sqrt{1 \times 2 \times 3 \times 4 + 1} = \sqrt{24 + 1} = 5$, es decir $1 \times 4 + 1 = 5$

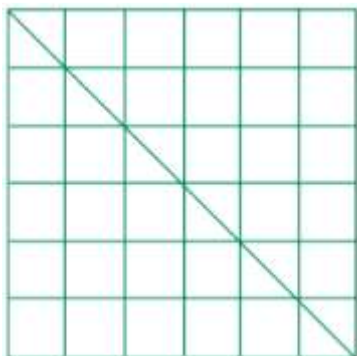
Caso 2: $M = \sqrt{2 \times 3 \times 4 \times 5 + 1} = \sqrt{120 + 1} = 11$, es decir $2 \times 5 + 1 = 11$

Caso 3: $M = \sqrt{3 \times 4 \times 5 \times 6 + 1} = \sqrt{360 + 1} = 19$, es decir $3 \times 6 + 1 = 19$

Entonces se concluye que es la multiplicación del primer y cuarto factor sumándole una unidad.

Para $M = \sqrt{47 \times 48 \times 49 \times 50 + 1} = 47 \times 50 + 1 = 2351$


6) ¿Cuántos triángulos hay en la siguiente figura?




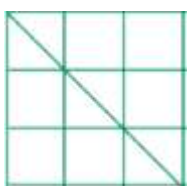
- a) 24 b) 72 **c) 42** d) 84 e) 64

Solución:

Analizamos los casos siguientes:

Caso 1:  de 1x1, son $2 = 1 \times 2 = 1(1 + 1)$

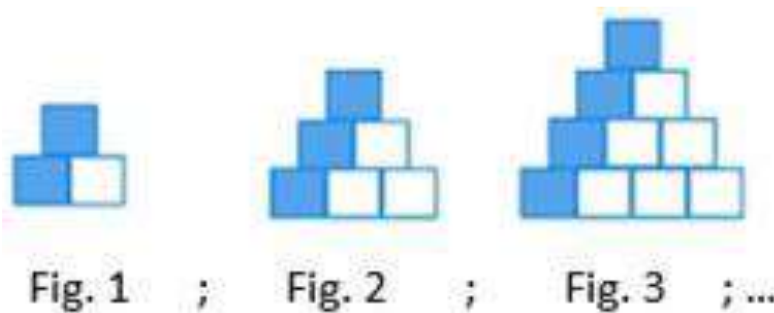
Caso 2:  de 2x2, son $6 = 2 \times 3 = 2(2 + 1)$

Caso 3:  de 3x3, son $12 = 3 \times 4 = 3(3 + 1)$

Caso n: para $n \times n$, se obtienen total de triángulos = $n(n + 1)$

Entonces para $n = 6$, se obtienen total de triángulos = $6(7) = 42$

- 7) De acuerdo a la secuencia de las figuras, ¿cuántos cuadritos no sombreados habrá en la figura 50?



- a) 1250 b) 970 c) 2450 d) 2340 **e) 1275**

Solución:

Analizamos cada figura:


Fig. 1:  *no sombreados son* $1 = 1, \frac{1(1+1)}{2} = 1$

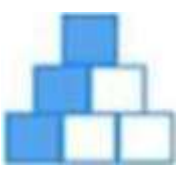

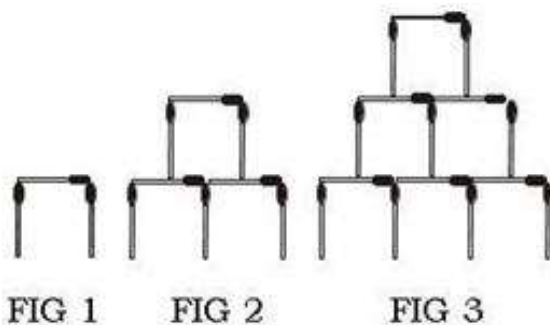
Fig. 2:  *no sombreados son* $3 = 1 + 2, \frac{2(2+1)}{2} = 3$

Fig. 3:  *no sombreados son* $6 = 1 + 2 + 3, \frac{3(3+1)}{2} = 6$

Para la Fig. n, *no sombreados* = $\frac{n(n+1)}{2}$

Entonces para $n = 50$, *no sombreados* = $\frac{50(51)}{2} = 1275$


8) ¿Cuántos palitos de fósforo se necesitan para formar la figura 20?

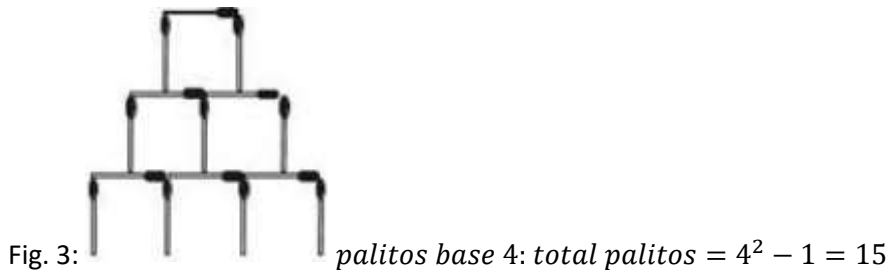
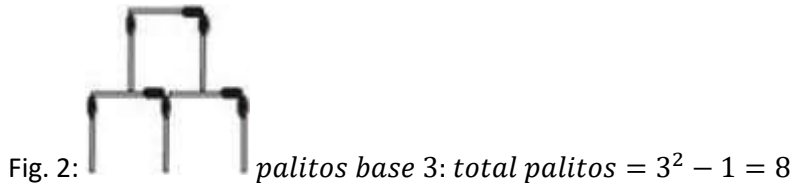


- a) 440
 b) 400
 c) 340
 d) 410
 e) 420

Solución:

Analizamos los casos siguientes:

Fig. 1:  *palitos base 2: total palitos* = $2^2 - 1 = 3$



Entonces en la figura n , el número de palitos base es $(n + 1)^2 - 1$

En la fig. 20: palitos base son 21, el total de palitos es $21^2 - 1 = 441 - 1 = 440$

9) Calcula la suma de las cifras del siguiente arreglo:

$$\underbrace{(333 \dots 334)}_{20 \text{ cifras}}^2$$

- a) 110 b) 116 **c) 121** d) 150 e) 132

Solución:

Analizamos los casos por cifras:

Caso 1: $4^2 = 16$, suma de cifras $1 + 6 = 7$, es decir $6(1) + 1$

Caso 2: $34^2 = 1156$, suma de cifras $1 + 1 + 5 + 6 = 13$, es decir $6(2) + 1$

Caso 3: $334^2 = 111556$, suma de cifras $1 + 1 + 1 + 5 + 5 + 6 = 19$, es decir $6(3) + 1$

Se concluye que para n cifras: suma de cifras = $6n + 1$

Entonces el Caso 20: $\left(\underbrace{333 \dots 334}_{20 \text{ cifras}}\right)^2$, $n = 20$, suma de cifras es $6(20) + 1 = 121$

10) Halla la suma de las cifras del resultado de R.

$$R = \underbrace{(666 \dots 666)}_{13 \text{ cifras}}^2$$

- a) 117** b) 108 c) 111 d) 76 e) 91

Solución:

Analizamos los casos siguientes:

Caso 1: $6^2 = 36$, la suma de cifras es $3 + 6 = 9$, es decir 9×1

Caso 2: $66^2 = 4356$, la suma de cifras $4 + 3 + 5 + 6 = 18$, es decir 9×2

Caso 3: $666^2 = 443556$, la suma de cifras $4 + 4 + 3 + 5 + 5 + 6 = 27$, es decir 9×3

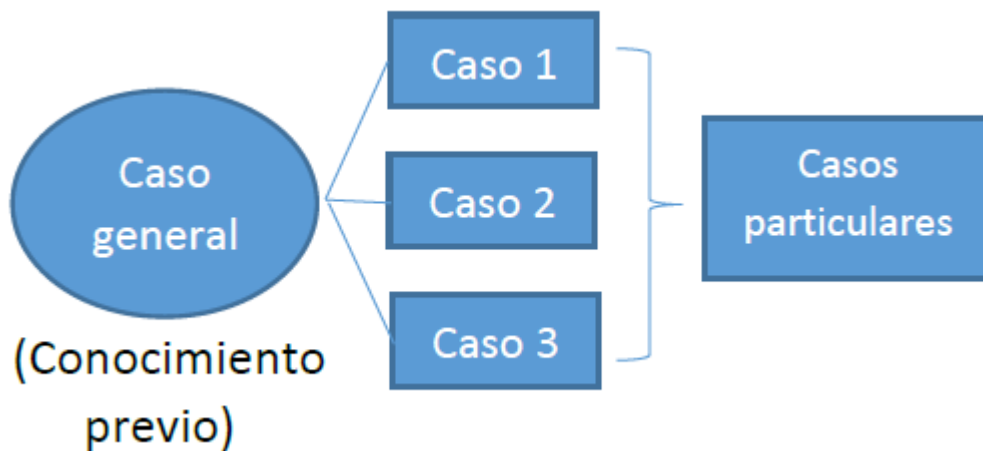
Se concluye que para n cifras, la suma de cifras $9n$

Por lo tanto, $R = \underbrace{(666 \dots 666)}_{13 \text{ cifras}}^2$, del resultado ($n = 13$) la suma de cifras es $9(13) = 117$

Semana 7: Deducción Matemática

7.1 El Razonamiento Deductivo

La deducción matemática es un tipo de razonamiento que consiste en aplicar una variedad general, previamente demostrada, en situaciones particulares. Uno de los usos más comunes del razonamiento deductivo lo aplicamos cuando empleamos las fórmulas matemáticas en la resolución de problemas (casos particulares). Es decir, es un modo de razonar mediante el cual, a partir de informaciones, casos o criterios, se obtiene una conclusión particular.



Ejemplo 1: En la siguiente expresión, hallar "P + E + Z".

$$\begin{array}{r} PP + \\ EE \\ ZZ \\ \hline PEZ \end{array}$$

Solución:

Unidades: $P + E + Z = 10 + Z$

$$P + E = 10$$

Decenas: $P + E + Z + 1 = 10 + E$

$$10 + Z + 1 = 10 + E$$

$$Z + 1 = E$$

Centenas: $P = 1$

Entonces: $E = 9, Z = 8$

Por lo tanto: $P + E + Z = 1 + 9 + 8 = 18$

Considerar:

"La inducción y la deducción son dos aspectos de la actividad mental inductiva -deductiva conjunta. Generalmente, para resolver un problema, nosotros utilizamos ambas formas de razonamiento; pero, dependiendo del problema, sea matemático o no, haremos uso en mayor proporción de una de dichas "herramientas".

Ejemplo 2: Todos los hijos de la señora Ana son valientes y Pedro es hijo de la señora Ana.

Solución:

- Todos los hijos de la señora Ana son valientes
- Pedro es hijo de la señora Ana.

} Información general

} Razonamiento deductivo

Por lo tanto: Pedro es valiente } Conclusión particular

Tener en cuenta:

Si: $\overline{abc}x999 = \dots \overline{mnp}$

Entonces: $c + p = 10, b + n = 9, a + m = 9$

Si: $\overline{abc} - \overline{cba} = \overline{xyz}; a > c$

Entonces: $y = 9, x + z = 9, a - c = x + 1$

7.2 Ejercicios para el estudiante

Son **ejercicios** que el **estudiante** debe desarrollarlos para afianzar sus conocimientos y **mejorar** su **nivel de aprendizaje** en el tema, según la respuesta marcada. En caso considere que la respuesta no es la correcta, es importante hacerla saber al docente en la clase sincrónica para realizar la corrección.

Entonces a practicar cada uno de los siguientes ejercicios.

1) Para que se cumpla la igualdad:

$$34 - (17 \square 9) = (12 - 7) \square 3$$

¿Qué signos deben aparecer en los cuadrados, respectivamente?

- a) +; - **b) +; +** c) -; + d) -; - e) +; x

Solución:

La expresión se puede reducir con la diferencia entre 12 y 7, que nos da 5:

$$34 - (17 \square 9) = 5 \square 3$$

Entre 17 y 9 el operador puede ser + o -, al igual que entre los números 5 y 3.

Verificando, se concluye que los signos son + y +

2) Si:

$$a + b + c = 19$$

Hallar:

$$\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}$$

- a) 1919 b) 2009 c) 2919 d) 1009 **e) 2109**

Solución:

Ubicamos la suma en forma vertical, tenemos:

$$\begin{array}{r}
 2 \quad 1 \\
 a \quad b \quad c \quad + \\
 b \quad c \quad a \\
 c \quad a \quad b \\
 \hline
 2 \quad 1 \quad 0 \quad 9
 \end{array}$$

Rpta: La suma es 2109

3) Hallar "A+B+D", si:

$$\overline{A65} + \overline{BAB} = \overline{D194}$$

- a) 10 **b) 12** c) 14 d) 13 e) 11

Solución:

Ubicamos la suma en forma vertical, tenemos:

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 A \quad 6 \quad 5 \quad + \\
 B \quad A \quad B \\
 \hline
 D \quad 1 \quad 9 \quad 4
 \end{array}$$

Unidades: $5 + B = 14 \rightarrow B = 9$

Decenas: $1 + 6 + A = 9 \rightarrow A = 2$

Centenas: $A + B = D1 \rightarrow 2 + 9 = D1 \rightarrow D = 1$

Rpta: $A+B+D = 2+9+1 = 12$

4) Hallar "A+B+C", si:

$$\begin{array}{r}
 \overline{AA} + \\
 \overline{BB} \\
 \hline
 \overline{BIC}
 \end{array}$$

- a) 10** b) 8 c) 9 d) 12 e) 6

Solución:

En forma vertical, tenemos:

$$\begin{array}{r}
 1 \quad 1 \\
 A \quad A \quad + \\
 B \quad B \\
 \hline
 B \quad I \quad C
 \end{array}$$

Unidades: $A + B = 10 + C$

Decenas: $1 + A + B = 10 + I \rightarrow B = 1$

Reemplazando en la primera ecuación:

$A + 1 = 10 + C \rightarrow A = 9 + C \rightarrow C = 0, A = 9$

Rpta: $A+B+C = 9+1+0 = 10$

5) Si:

$$\overline{MN} + \overline{PQ} = 139$$

Hallar: $M+N+P+Q$

- a) 19 b) 20 c) 31 **d) 22** e) 23

Solución:

Ubicamos la suma en forma vertical, tenemos:

$$\begin{array}{r} M \quad N \quad + \\ P \quad Q \\ \hline 1 \quad 3 \quad 9 \end{array}$$

Unidades: $N + Q = 9$

Decenas: $M + P = 13$

Ordenando lo que nos piden: $M+N+P+Q = M + P + N + Q = 13 + 9=22$

Rpta: $M+N+P+Q=22$

6) Sabiendo que: $a + b + c = 9$. Hallar:

$$\overline{abc} + \overline{acb} + \overline{bac} + \overline{bca} + \overline{cba} + \overline{cab}$$

- a) 1448 **b) 1998** c) 1886 d) 1778 e) 1345

Solución:

Ubicamos la suma en forma vertical, tenemos:

$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \\ a \quad b \quad c \quad + \\ a \quad c \quad b \\ b \quad a \quad c \\ b \quad c \quad a \\ c \quad b \quad a \\ c \quad a \quad b \\ \hline 1 \quad 9 \quad 9 \quad 8 \end{array}$$

Rpta: El resultado es 1998

7) Se sabe que:

$$\overline{ABC} \times M = 2312$$

$$\overline{ABC} \times N = 1734$$

$$\overline{PEZ} = A^A$$

Analizamos las potencias de los primeros números:

$$3^3 = 27, 4^4 = 256, 5^5 = 3125$$

El único que cumple es para $A = 4$, $PEZ = 256$

Rpta: $P + A + Z + E = 2 + 4 + 6 + 5 = 17$

10) Determina el valor de $T + E + C + N + O$; si:

$$\overline{TECNO}x9999 = \dots 27493$$

- a) 24 b) 20 c) 16 d) 17 **e) 18**

Solución:

Considerando la propiedad:

$$\text{Si: } \overline{abcx999} = \dots \overline{mnp}$$

$$\text{Entonces: } c + p = 10, b + n = 9, a + m = 9$$

En nuestro ejercicio, tenemos:

$$\overline{TECNO}x9999 = \dots 27493$$

$$O + 3 = 10 \rightarrow O = 7$$

$$N + 9 = 9 \rightarrow N = 0$$

$$C + 4 = 9 \rightarrow C = 5$$

Ahora, colocamos la multiplicación con los dígitos encontrados en forma tabular:

	T	E	5	0	7		x
			9	9	9	9	
	<hr/>						
	8	2	5	6	3		
	8	2	5	6	3		
8	2	5	6	3			
2	5	6	3				
<hr/>							
...	2	7	4	9	3		

$$4 + 9E = \dots 2 \rightarrow 9E = \dots 8 \rightarrow E = 2$$

$$2 + 9T = \dots 8 \rightarrow 9T = \dots 6 \rightarrow T = 4$$

Entonces: $TECNO = 42507$

Rpta: $T + E + C + N + O = 4+2+5+0+7 = 18$

Semana 8: Operadores matemáticos

8.1 Introducción

Operación Matemática: Es aquel procedimiento que transforma una o más cantidades en otra cantidad llamada resultado, bajo ciertas reglas y/o condiciones convenidas. Toda operación matemática tiene un símbolo que la representa llamado **operador matemático**.

Operador Matemático: Es aquel símbolo que representa a una operación matemática. Nos permite reconocer la operación con su respectiva regla de definición.

Existen dos tipos de operadores:

- Universales
- Arbitrarias

8.2 Operadores Universales

Llamados también **convencionales** debido a que su regla de definición ya está establecida universalmente, veamos algunos ejemplos:

Operación matemática	Operador matemático
Adición	+
Sustracción	-
Multiplicación	×
División	÷
Radicación	√
Valor absoluto	
Sumatoria	∑
Límites	Lim
Integración	∫
:	:

8.3 Operadores Arbitrarias

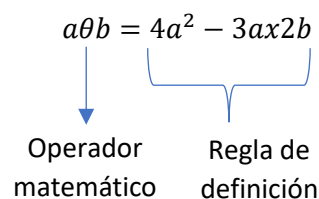
Llamados también **no convencionales** debido a que su regla de definición no está establecida. El operador matemático puede ser cualquier símbolo, incluso figuras geométricas, veamos algunos ejemplos:

$*, #, \Delta, \square, \dots$

La regla de definición de estos tipos de operadores se establece en base a los operadores matemáticos universales.

Ejemplo 2: Determine:

$$a\theta b = 4a^2 - 3ax2b$$



Operador matemático Regla de definición

Tener en cuenta:

- La regla de definición de los operadores matemáticos puede estar en forma explícita o implícita.
- En ciertos ejercicios hay que relacionar las cantidades operadas, para luego hacer un simple reemplazo.

8.4 Ejercicios para el estudiante

Son **ejercicios** que el **estudiante** debe desarrollarlos para afianzar sus conocimientos y **mejorar** su **nivel de aprendizaje** en el tema, según la respuesta marcada. En caso considere que la respuesta no es la correcta, es importante hacerla saber al docente en la clase sincrónica para realizar la corrección.

Entonces a practicar cada uno de los siguientes ejercicios.

1) Se define: $\triangle x = x^2 + 3x$

Hallar:

$$\triangle 4 + \triangle 5$$

- a) 66 b) 67 **c) 68** d) 69 e) 70

Solución:

Según la regla de definición:

$$\triangle 4 = 4^2 + 3(4) = 16 + 12 = 28$$

$$\triangle 5 = 5^2 + 3(5) = 25 + 15 = 40$$

$$\text{Entonces: } \triangle 4 + \triangle 5 = 28 + 40 = 68$$

2) Si: $a * b = a(a \div b)^2$. Hallar: $8 * 2$

- a) 112 **b) 128** c) 64 d) 110 e) 120

Solución:

Según la regla de definición:

$$8 * 2 = 8(8 \div 2)^2 = 8(4)^2 = 8 \times 16 = 128$$

3) Si: $m \# n = 2m + 3n$. Hallar: $(2 \# 3) \# (4 \# 2)$

- a) 66 b) 67 **c) 68** d) 69 e) 70

Solución:

Según la regla de definición:

$$2 \# 3 = 2(2) + 3(3) = 4 + 9 = 13$$

$$4 \# 2 = 2(4) + 3(2) = 8 + 6 = 14$$

Entonces reemplazando y aplicando la regla de validación:

$$(2\#3)\#(4\#2) = 13\#14 = 2(13) + 3(14) = 26 + 42 = 68$$

- 4) Si se define la operación \blacksquare para cualquier par de números reales positivos "x" e "y" como:

$$\sqrt{x}\blacksquare\sqrt{y} = 4x - 3y \text{ Calcular } 3\blacksquare 4$$

- a) 12 b) -13 c) 8 **d) -12** e) -8

Solución:

Según la regla de definición, debemos darle la forma a 3 y 4 conteniendo raíz cuadrada:

$$3\blacksquare 4 = \sqrt{9}\blacksquare\sqrt{16} = 4(9) - 3(16) = 36 - 48 = -12$$

- 5) Dada la siguiente tabla:

%	b	c	d	a
a	c	d	a	b
b	d	a	b	c
c	a	b	c	d
d	b	c	d	a

$$\text{Calcular: } N = \frac{(d\%b)\%(c\%a)}{(d\%c)\%(b\%a)}$$

- a) a b) b c) b/a **d) 1** e) c

Solución:

Según la regla de definición:

$$N = \frac{(d\%b)\%(c\%a)}{(d\%c)\%(b\%a)} = \frac{b\%d}{c\%c} = \frac{b}{b} = 1$$

- 6) Dada la siguiente tabla:

◆	m	n	p	q
m	q	p	m	n
n	p	m	n	q
p	m	n	q	p
q	n	q	p	m

$$\text{Calcular: } E = \frac{(m\blacklozenge n)\blacklozenge(p\blacklozenge q)}{(q\blacklozenge p)\blacklozenge m}$$

- a) q/n **b) q/m** c) p/m d) p/q e) p/n

Solución:

Según la regla de definición:

$$E = \frac{(m \diamond n) \diamond (p \diamond q)}{(q \diamond p) \diamond m} = \frac{p \diamond p}{p \diamond m} = \frac{q}{m}$$

7) Si: $\frac{a}{d} \frac{b}{c} = ac - bd$

Hallar "y" en: $\frac{4}{6} \frac{1}{5} + \frac{3}{1} \frac{x}{y} = \frac{5}{x} \frac{1}{y}$

- a) 1 b) 3 c) 5 **d) 7** e) 9

Solución:

Según la regla de definición:

$$\frac{4}{6} \frac{1}{5} + \frac{3}{1} \frac{x}{y} = \frac{5}{x} \frac{1}{y} \rightarrow 20 - 6 + 3y - x = 5y - x$$

$$14 = 2y \rightarrow y = 7$$

8) Si: $\circlearrowleft x = 2x$ $\triangle x = 3x - 1$ $\square x = 2x + 1$

Hallar "n" en:

$$\circlearrowleft n - 4 + \triangle 4 + \square 5 = 26$$

- a) 6** b) 8 c) 9 d) 5 e) 7

Solución:

Según la regla de definición:

$$\circlearrowleft n - 4 = 2(n - 4) = 2n - 8$$

$$\triangle 4 = 3(4) - 1 = 11$$

$$\square 5 = 2x + 1 = 2(5) + 1 = 11$$

Entonces, tenemos:

$$\circlearrowleft n - 4 + \triangle 4 + \square 5 = 26$$

$$2n - 8 + 11 + 11 = 26$$

$$2n + 14 = 26 \rightarrow 2n = 12 \rightarrow n = 6$$

9) Si $(2a^2 + 3) * (4b^3 - 2) = 3a^2 + b$

Hallar: $53 * 106$

- a) 26 b) 87 **c) 78** d) 56 e) 41

Solución:

Según la regla de definición:

Debemos llevar el 53 a la forma $2a^2 + 3$ para conocer "a". Así mismo el 106 llevarlo a la forma $4b^3 - 2$ para conocer "b":

$$53 = 50 + 3 = 2(25) + 3 = 2(5^2) + 3 \rightarrow a = 5$$

$$106 = 108 - 2 = 4(27) - 2 = 4(3^3) - 2 \rightarrow b = 3$$

Desarrollando y aplicando $(2a^2 + 3) * (4b^3 - 2) = 3a^2 + b$:

$$53 * 106 = (2(5^2) + 3) * (4(3^3) - 2) = 3(5)^2 + 3 = 3(25) + 3 = 78$$

10) Si se sabe que: $\triangle_{x-2} = 2x - 1$ $\circlearrowleft_{x+1} = 3 + 2x$

Calcular:

$$\circlearrowleft_3 + \triangle_2$$

- a) 31 **b) 32** c) 33 d) 34 e) 35

Solución:

Según la regla de definición:

$$\triangle_3 = \triangle_{5-2} = 2(5) - 1 = 9$$

$$\circlearrowleft_3 = \circlearrowleft_9 = \circlearrowleft_{8+1} = 3 + 2(8) = 3 + 16 = 19$$

$$\circlearrowleft_2 = \circlearrowleft_{1+1} = 3 + 2(1) = 5$$

$$\triangle_2 = \triangle_5 = \triangle_{7-2} = 2(7) - 1 = 13$$

Entonces:

$$\circlearrowleft_3 + \triangle_2 = 19 + 13 = 32$$