IESTP "ALMIRANTE MIGUEL GRAU DE PIURA"

PROGRAMA DE NIVELACIÓN PRETECNO GRAU 2022

GEOMETRÍA
Y TRIGONOMETRÍA

10 DE ENERO AL 04 DE MARZO 2022

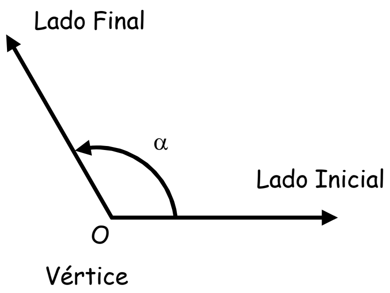
2022

SEMANA: 05 ÁNGULO TRIGONOMETRICO

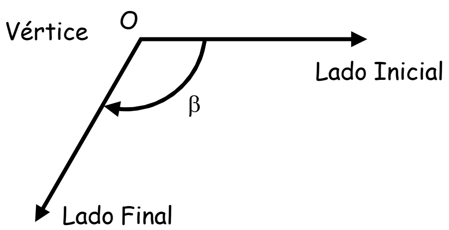
Es aquel ángulo que se genera por la rotación de un rayo alrededor de un punto fijo llamado vértice u origen desde una posición inicial hasta otra posición final, debiendo considerar que esta rotación se efectúa en un mismo plano.

Por lo tanto debemos considerar dos tipos de rotación:

Sentido Antihorario



Sentido Horario



NOTA:

❖ Si el ángulo tiene rotación antihoraria la medida del ángulo **será positivo**.

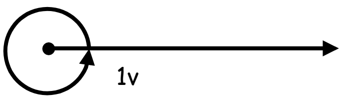
$\boxed{\alpha \text{ es positivo}}$

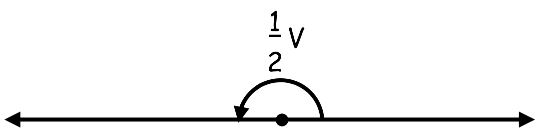
❖ Si el ángulo tiene rotación horaria la medida del ángulo será negativo.

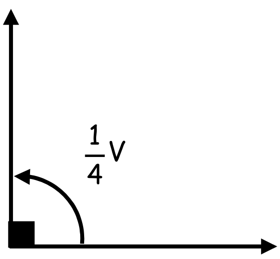
$\boxed{\beta \text{ es negativo}}$

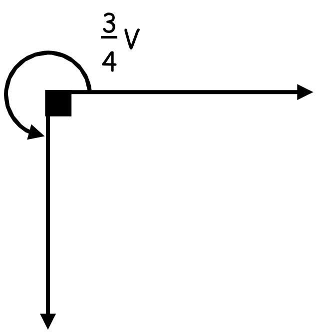
OBSERVACIONES

1. ***Ángulo de una vuelta***
   Es aquel ángulo generado, cuando la posición inicial y final coinciden por primera vez, luego de cierta rotación lo denotaremos como: 1v.





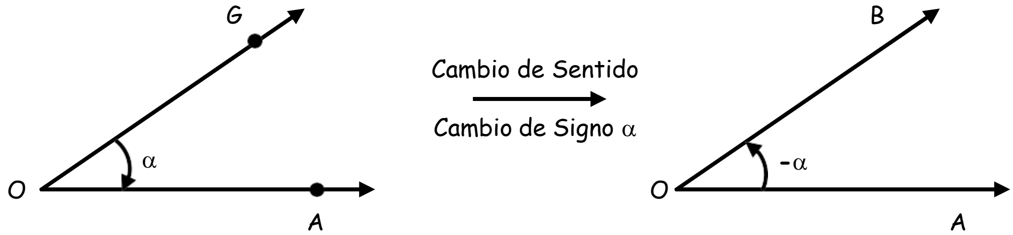


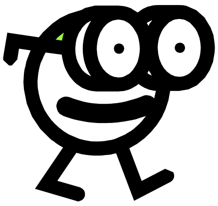


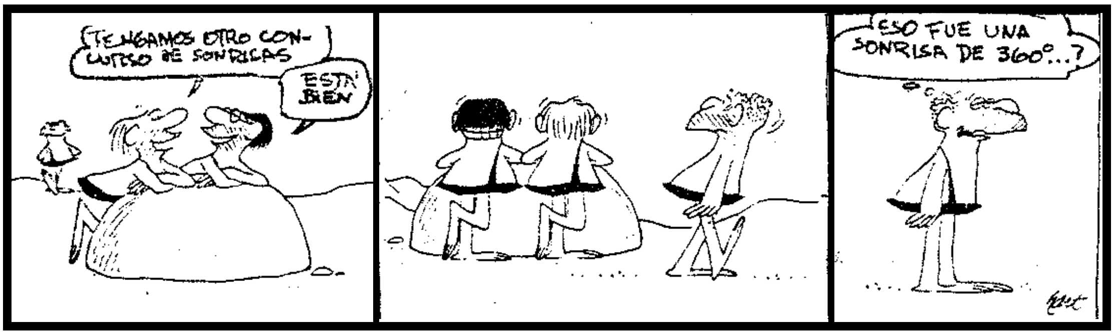
2. Los ángulos trigonométricas son **ilimitados** a diferencia de la geometría.

Medida del ángulo trigonométrico $\in \langle -\infty; +\infty \rangle$

3. Para sumar o restar ángulos trigonométricos que no se pueden realizar a simple vista debemos procurar tenerlos en un solo sentido de preferencia **antihorario** para ello se recomienda el cambio de sentido.







EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Señale la relación correcta entre α y β.

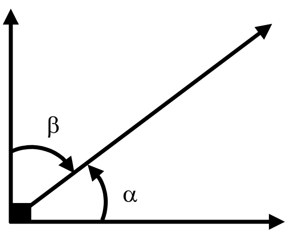
a) $\alpha + \beta = 90°$

b) $\alpha - \beta = 90°$

c) $\alpha + \beta = -90°$

d) $\alpha + \beta = 0$

e) $\beta - \alpha = 90°$



2. Del gráfico determine x.

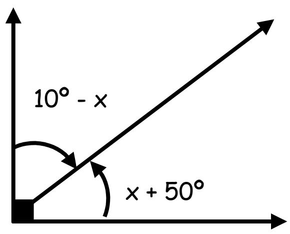
a) 10°

b) 15°

c) 25°

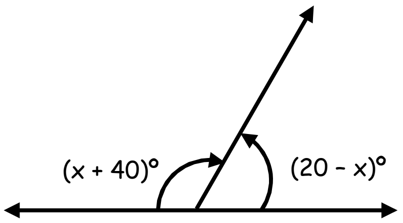
d) 30°

e) 35°



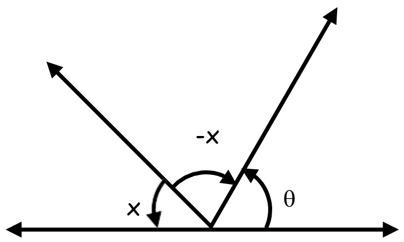
3. Calcular "x"

a) -50
b) -100
c) -200
d) -180
e) -90



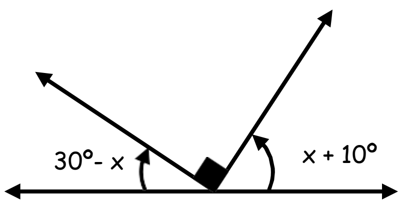
4. Hallar "x"

a) $90° - \frac{\theta}{2}$
b) $90° + \frac{\theta}{2}$
c) $180° - \frac{\theta}{2}$
d) $180° + \frac{\theta}{2}$
e) $270° - \frac{\theta}{2}$



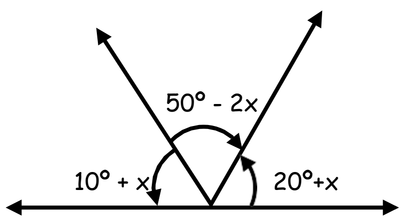
5. Del gráfico hallar "x"

a) 15°
b) 35°
c) 55°
d) 30°
e) 60°



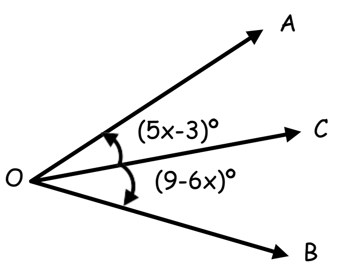
6. Del gráfico hallar "x"

a) 10°
b) 30°
c) 40°
d) 50°
e) 60°



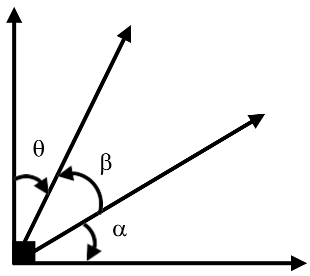
7. Del gráfico hallar "x"; si $\overrightarrow{OC}$ es bisectriz.

a) 2
b) 4
c) 6
d) 12
e) 18



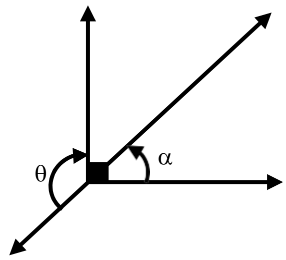
8. Hallar la relación entre α, β y θ

a) $\beta - \alpha - \theta = 90°$
b) $\beta + \alpha - \theta = 90°$
c) $\beta - \alpha + \theta = 90°$
d) $\beta - \alpha - \frac{\theta}{2} = 90°$
e) $\frac{\beta}{2} - \alpha - \frac{\theta}{2} = 90°$



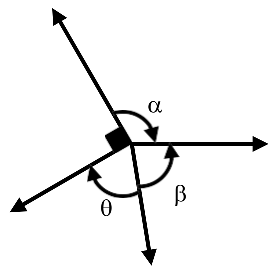
9. Señale la relación correcta respecto a los ángulos trigonométricos mostrados.

a) $\alpha - \theta = -90°$
b) $\alpha + \theta = 90°$
c) $\alpha + \theta = -90°$
d) $\alpha - \theta = 90°$
e) $\alpha + \theta = 180°$



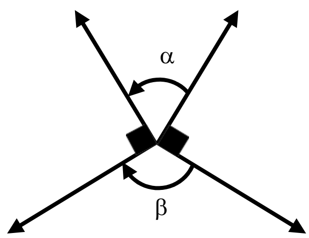
10. Señale lo correcto:

a) $\beta - \alpha + \theta = 90°$
b) $\beta - \alpha + \theta = 270°$
c) $\beta - \alpha - \theta = 270°$
d) $\alpha - \beta + \theta = 270°$
e) $\beta + \alpha + \theta = 270°$



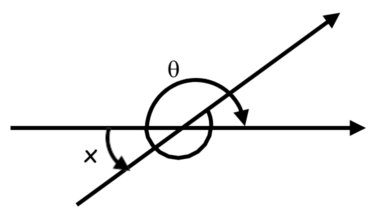
11. De acuerdo al gráfico señale lo correcto:

a) $\alpha + \beta = 180°$
b) $\beta - \alpha = 180°$
c) $\alpha - \beta = 180°$
d) $\alpha + \beta = -180°$
e) $\alpha + \beta = 90°$

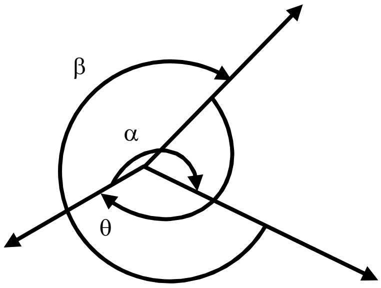


12. Calcular el valor "x" del siguiente gráfico:

a) $2\pi + \theta$
b) θ
c) $-2\pi - \theta$
d) $\pi + \theta$
e) $\pi - \theta$



13. A que es igual $\alpha + \beta + \theta$ a partir del gráfico adjunto:



a) -450°

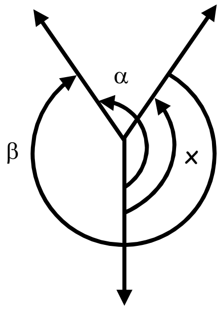
b) -360°

c) -720°

d) 360°

e) 0°

14. De la figura expresar x en términos de α y β.



a) $\alpha - \beta - 360°$

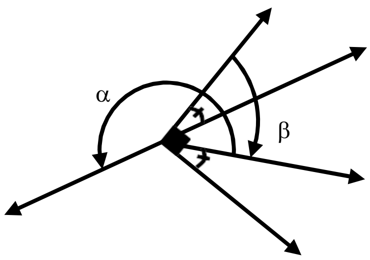
b) $\alpha + \beta - 360°$

c) $-\alpha + \beta + 360°$

d) $-\alpha - \beta + 360°$

e) $\alpha - \beta - 720°$

15. De acuerdo al gráfico indicar una relación entre α y β.



a) $\alpha - \beta = 180°$

b) $2\alpha + \beta = 270°$

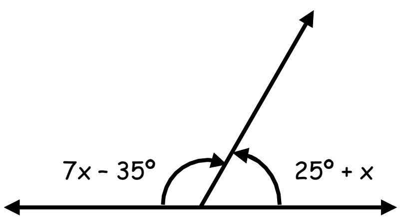
c) $2\alpha - \beta = 90°$

d) $\alpha + 2\beta = 90°$

e) $\alpha - 2\beta = 90°$

TAREA DOMICILIARIA N° 1

1. Hallar "x":



a) -10°

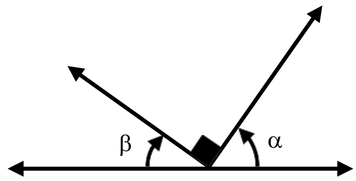
b) -20°

c) -30°

d) -40°

e) -50°

2. Del gráfico señale lo correcto:



a) $\alpha + \beta = 90°$

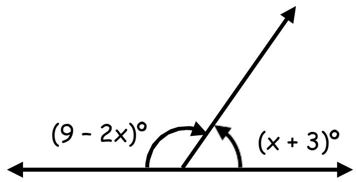
b) $\alpha + \beta = 180°$

c) $\alpha - \beta = 90°$

d) $\alpha - \beta = 180°$

e) $\alpha + \beta = -90°$

3. Del siguiente gráfico hallar "x"



a) 31°

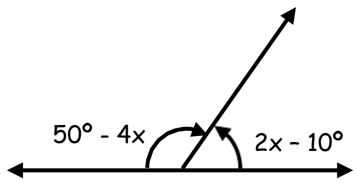
b) 51°

c) 62°

d) 60°

e) 61°

4. Hallar el valor de "x"



a) 10°

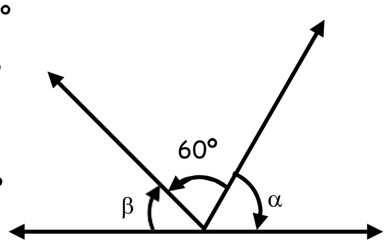
b) 20°

c) 30°

d) 40°

e) 50°

5. Del gráfico hallar la relación entre α y β.



a) $\alpha + \beta = -120°$

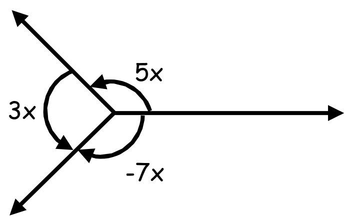
b) $\alpha - \beta = 120°$

c) $\beta - \alpha = 120°$

d) $\alpha + \beta = 120°$

e) $\alpha + \beta = 60°$

6. Calcular el valor de x:



a) 25°

b) 24°

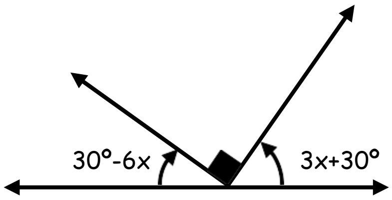
c) 22°

d) 21°

e) 20°

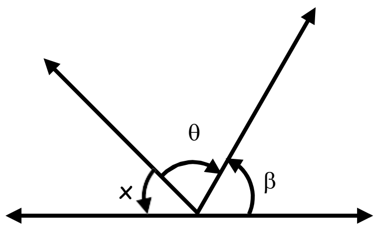
7. Hallar "x"

a) 10°
b) 30°
c) -30°
d) 15°
e) -10°



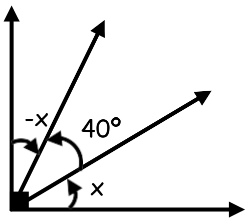
8. Hallar "x"

a) $90° - \theta - \beta$
b) $90° - \beta + \theta$
c) $180° + \beta - \theta$
d) $180° + \beta + \theta$
e) $180° - \beta + \theta$



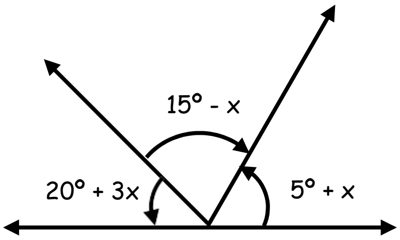
9. Del gráfico determine "x"

a) 10°
b) 15°
c) 25°
d) 35°
e) 45°



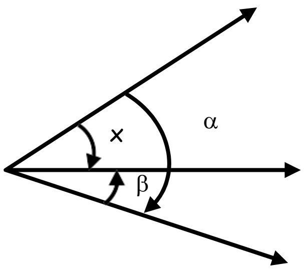
10. Del gráfico hallar "x"

a) 18°
b) 22°
c) 26°
d) 30°
e) 34°



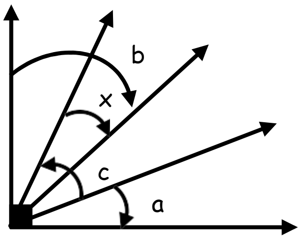
11. Del gráfico hallar "x"

a) $\alpha + \beta$
b) $\alpha - \beta$
c) $\beta - \alpha$
d) $-\alpha - \beta$
e) $\frac{\alpha - \beta}{2}$



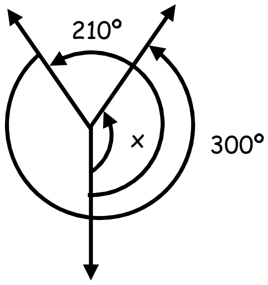
12. Del gráfico hallar x en función de a, b y c

a) 90° - a - b + c
b) 90° + a + b - c
c) 90° - a + b - c
d) 90° + a - b + c
e) 90° - a - b - c



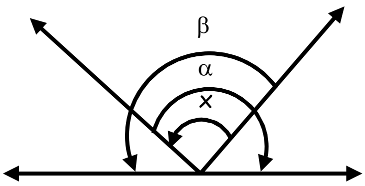
13. Hallar "x"

a) 155°
b) 150°
c) 160°
d) 170°
e) 175°



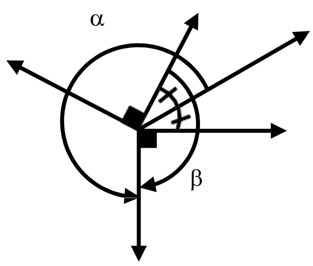
14. Del gráfico mostrado hallar x en función de α y β.

a) $\beta - \alpha - 90°$
b) $\alpha - \beta - 180°$
c) $180° - \beta + \alpha$
d) $\beta - \alpha - 180°$
e) $\beta + \alpha - 180°$



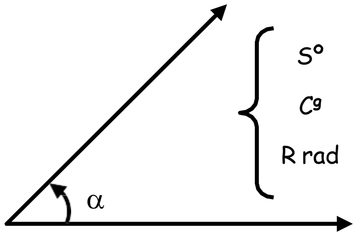
15. De acuerdo al gráfico señale lo correcto respecto a los ángulos trigonométricos mostrados.

a) $\alpha - \beta = 360°$
b) $\alpha + \beta = 360°$
c) $2\alpha + \beta = 630°$
d) $2\alpha - \beta = 630°$
e) $2\alpha - \beta = 540°$



FÓRMULA GENERAL DE CONVERSIÓN

Es la relación que existe entre los números de grados sexagesimales (S), grados centesimales (C), y el número de radianes (R) que contiene un ángulo trigonométrico. En el gráfico tenemos:



Recordar: $180° = 200^g = \pi \text{rad}$

Entonces:............ $\boxed{\dfrac{S}{180} = \dfrac{C}{200} = \dfrac{R}{\pi}}$ ....Fórmula General

De donde podemos establecer las siguientes consideraciones:

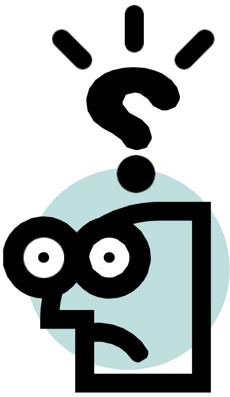
1 $\boxed{\dfrac{S}{9} = \dfrac{C}{10}}$

2 $\boxed{S = \dfrac{180R}{\pi}}$

3 $\boxed{C = \dfrac{200R}{\pi}}$

Observación:

- De 1 $\dfrac{S}{9} = \dfrac{C}{10} = K \quad \Rightarrow \quad \left.\begin{matrix} S = 9K \\ C = 10K \end{matrix}\right\} K = \dfrac{20R}{\pi}$

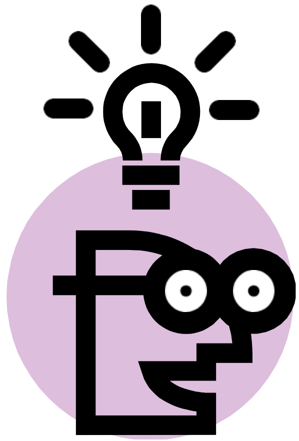


Muchas veces conviene utilizar dicha observación por ejemplo:

Reducir: $E = \dfrac{2S - C}{C - S} \Rightarrow E = \dfrac{2(9K) - 10K}{10K - 9K} \Rightarrow \dfrac{8\cancel{K}}{\cancel{K}} \Rightarrow E = 8$

SISTEMA	NÚMERO DE GRADO	NÚMERO DE MINUTO	NÚMERO DE SEGUNDO
Sexagesimal	S	60 S	3 600 S
Centesimal	C	100 C	10 000 C

APLICACIONES



1. Expresar en Radianes: $3\pi S - 2\pi C = 7$

Reemplazando: $S = \dfrac{180R}{\pi} \quad \wedge \quad C = \dfrac{200R}{\pi}$

$$3\cancel{\pi} \cdot \frac{180R}{\cancel{\pi}} - 2\cancel{\pi} \cdot \frac{200R}{\cancel{\pi}} = 7$$

$$140R = 7 \quad \rightarrow \quad 20R = 1 \quad \rightarrow \quad R = \frac{1}{20}$$

2. Expresar en radianes si se cumple: $C - S = 4$

$$\frac{200R}{\pi} - \frac{180R}{\pi} = 4 \quad \Rightarrow \quad \frac{20R}{\pi} = 4 \quad \Rightarrow \quad \frac{5R}{\pi} = 1 \quad \Rightarrow \quad R = \frac{\pi}{5}$$

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Determine un ángulo en radianes si se cumple:

$$\left(\frac{S}{9}-1\right)\left(\frac{C}{10}+1\right)=15$$

a) π rad   b) $\frac{\pi}{3}$rad   c) $\frac{\pi}{5}$rad

d) $\frac{\pi}{6}$rad $\overline{7}$

e) $\frac{\square}{10}$rad

.

Hallar la medida en radianes de un á

Siendo S, C y R lo conocido.

a) $\frac{\pi}{2}$rad   b) $\frac{\pi}{3}$rad   c) $\frac{\pi}{4}$rad

d) $\frac{\pi}{6}$rad   e) $\frac{\pi}{5}$rad

ngulo tal que:

2. Hallar la medida de un ángulo en radianes si se cumple:

$$C + S = (C^2 - S^2)$$

a) $\frac{\pi}{10}$ rad   b) $\frac{\pi}{20}$ rad   c) $\frac{\pi}{30}$ rad

d) $\frac{\pi}{40}$ rad   e) □ rad 50

8

.

Señale la medida circular de un ángulo si

$$\frac{C}{10} = a^k + \frac{1}{\pi} \quad \wedge \quad \frac{S}{18} = a^k - \frac{1}{\pi}$$

a) 0,1   b) 0,2   c) 0,3

d) 0,4   e) 0,5

el doble de su número de grados centesimales es mayor que su número de grados sexagesimales

3. Siendo S, C y R lo conocido, calcular:

$$E=\sqrt{\frac{C+S}{C-S}+\sqrt{\frac{C+2S}{C-S}+\sqrt{\frac{C+6S}{C-S}}}}$$

a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 6

4. Simplificar:

$$E=\frac{2\pi S+3\pi C-10R}{190R}$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 7 e) 5

5. Simplificar:

$$E=\frac{C\pi+2S\pi+40R}{(C-S)\pi}$$

a) 10 b) 20 c) 30
d) 40 e) 50

6. Hallar el complemento en radianes para el ángulo que verifica lo siguiente:

$$\frac{\frac{C}{20}+R}{10+\pi}+\frac{\frac{S}{18}-2R}{5-\pi}=0,5$$

en 33.

a) $\frac{\pi}{20}$ rad b) $\frac{3\pi}{10}$ c) $\frac{\pi}{5}$
d) $\frac{\pi}{3}$ e) $\frac{2\pi}{11}$

9. Señale la medida radial de un ángulo sabiendo que el producto de los números que representan su medida en los tres sistemas conocidos es igual a $\frac{\pi}{6}$.

a) $\frac{\pi}{3}$rad b) $\frac{\pi}{5}$rad c) $\frac{\pi}{6}$rad
d) $\frac{\pi}{60}$rad e) $\frac{\pi}{30}$rad

10. Hallar la medida circular de un ángulo si el doble de su número de grados centesimales es mayor que su número de grados sexagesimales en 11.

a) $\frac{\pi}{10}$rad b) $\frac{\pi}{20}$ c) $\frac{\pi}{40}$
d) $\frac{\pi}{80}$ e) $\frac{\pi}{160}$

11. Siendo S y C los números que expresan la medida de un mismo ángulo en los sistemas sexagesimales y centesimal que cumple:

$$20 < 3C - 2S < 80$$

Hallar la medida del mayor ángulo tal que S y C son números enteros.

a) $\frac{\pi}{6}$rad b) $\frac{\pi}{4}$rad c) $\frac{\pi}{9}$rad
d) $\frac{3\pi}{10}$rad e) $\frac{2\pi}{5}$rad

12. Obtener la medida circular de un ángulo para el cual sus medidas se relacionan del modo siguiente:

$$\left(\frac{\pi}{36} - \frac{2\pi}{S}\right)\left(\frac{\pi}{40} - \frac{2\pi}{C}\right)\left(5 - \frac{2\pi}{R}\right) = \frac{125\pi^3}{8SCR}$$

a) $\frac{3\pi}{10}$rad b) $\frac{3\pi}{5}$ c) $\frac{7\pi}{10}$
d) $\frac{7\pi}{5}$ e) $\frac{9\pi}{10}$

13. Hallar la medida de un ángulo expresado en radianes, si su número grados sexagesimales, centesimales y radianes (S, C y R) satisfacen la ecuación:

$$\left(\frac{\sqrt{S\sqrt{S\sqrt{S.........\infty \text{radicales}}}}}{\sqrt{C\sqrt{C\sqrt{C.........\infty \text{radicales}}}}}\right)^{R^{-R}} = \sqrt[4]{0,9}$$

a) 1 b) 2 c) 4
d) 1/2 e) 1/4

14. Señalar la medida circular de un ángulo que verifica:

$$\frac{S^3\pi}{9} + \frac{C^3\pi}{10} + 20R^3 = S^2 + C^2 + R^2$$

Siendo S, C y R lo conocido:

a) $\frac{\pi}{2}$rad c) $\frac{\pi}{9}$rad
d) $\frac{\pi}{6}$rad
b) $\frac{\pi}{20}$rad
e) $\frac{\pi}{7}$rad

TAREA DOMICILIARIA N° 3

1. Siendo S, C y R lo convencional.

Simplificar: $E = \frac{2\pi S + 0,5\pi C + 40R}{5R}$

a) 100 b) 200 c) 250
d) 150 e) 50

2. Determine un ángulo en radianes si se cumple:

$$\frac{\pi C + \pi S + 10R}{\pi C - \pi S - 10R} - \frac{C+S}{C-S} = \frac{80R}{\pi}$$

a) $\frac{\pi}{4}$rad b) $\frac{\pi}{3}$rad c) $\frac{\pi}{16}$rad
d) $\frac{\pi}{8}$rad e) $\frac{\pi}{2}$rad

3. Siendo S, C y R lo conocido para un mismo ángulo.

Reducir: $\frac{\pi C + \pi S + 20R}{\pi C - \pi S + 20R}$

a) 1 b) 5 c) 10
d) 20 e) 30

4. Determine un ángulo en radianes si se cumple:

$$\frac{S}{C} = \frac{C+20}{5}$$

a) πrad b) $\frac{\pi}{8}$rad c) $\frac{\pi}{4}$rad
d) $\frac{\pi}{5}$rad e) $\frac{\pi}{6}$rad

5. Expresar en radianes si S, C y R representan lo convencional para un mismo ángulo.

$$\frac{\sqrt{\frac{S.C}{10}}}{R} = \frac{R}{\pi} = C$$

15. Expresar el ángulo en centesimal si se cumple:

$$\sqrt{S + \sqrt{S + \sqrt{S + ...}}}$$

a) $(1,2)^g$ b) $(1,9)^g$ c) $(1,8)^g$

d) $1,7^g$ e) 2^g

a) 20 b) 40 c) 60

d) 80 e) 100

6. Si: S y C representa lo convencional para un mismo ángulo y se cumple que:

$$S = 2x + 3 \wedge C = 3x - 6$$

Calcular dicho ángulo.

a) $\frac{\pi}{20}$ rad b) $\frac{\pi}{10}$ rad c) $\frac{3\pi}{20}$rad
d) $\frac{\pi}{5}$ rad e) $\frac{\pi}{50}$rad

7. Hallar: $E = \dfrac{40^g + 27^\circ}{\frac{\pi}{9}\,\text{rad}}$

a) 2,25 b) 2,15 c) 3,15
d) 3,35 e) 3,75

8. Si los números que representan la medida de un ángulo en los sistemas sexagesimales y centesimales son pares consecutivos el valor del complemento del ángulo expresado en radianes es:

a) $\frac{\pi}{20}$ rad b) $\frac{\pi}{5}$ rad c) $\frac{3\pi}{20}$rad
d) $\frac{7\pi}{40}$ rad e) $\frac{2\pi}{5}$ rad

9. Determine la medida de un ángulo tal que la diferencia de cuadrados del número de grados centesimales y sexagesimales es al número de radianes como 380 es a 1.

a) $\frac{\pi^2}{10}$ rad b) $\frac{\pi^2}{20}$ rad c) $\frac{\pi^2}{30}$rad
d) $\frac{\pi^2}{40}$ rad e) $\frac{\pi^2}{50}$rad

10. Siendo S y C los números de grados sexagesimales y centesimal de un mismo ángulo tal que:

$$S = 2n \quad \wedge \quad C = 4n - 1$$

Determine el número de radianes de dicho ángulo.

a) $\frac{\pi}{160}$ b) $\frac{\pi}{180}$ c) $\frac{\pi}{140}$
d) $\frac{\pi}{120}$ e) $\frac{\pi}{100}$

11. Siendo R el número de radianes de un ángulo que satisface la igualdad. Hallar: "S"

$$\sqrt{R-1} = \frac{5}{2} - \frac{1}{\sqrt{R-1}}$$

a) 75° b) 45° c) $\frac{225^\circ}{\pi}$
d) $\frac{135^\circ}{\pi}$ e) $\frac{45^\circ}{\pi}$

12. Siendo S, C y R lo convencional para un determinado ángulo para el cual se tiene que:

$$\frac{1}{R + \dfrac{1}{S - \dfrac{30}{C}}} = \frac{1}{R - \dfrac{1}{S - \dfrac{50}{C}}}$$

Hallar dicho ángulo en radianes.

a) $\frac{\pi}{9}$rad b) $\frac{\pi}{10}$ rad c) $\frac{\pi}{20}$rad
d) $\frac{\pi}{30}$ rad e) $\frac{\pi}{40}$rad

13. Señale la medida circular de un ángulo que cumple:

$$3S - 2C + 20R = 10{,}1416$$

Siendo S, C y R lo conocido para dicho ángulo.

a) $\frac{\pi}{4}$rad b) $\frac{\pi}{5}$ rad c) $\frac{\pi}{10}$rad
d) $\frac{\pi}{20}$ rad e) $\frac{\pi}{40}$rad

14. Se mide un ángulo en los 3 sistemas conocidos si se cumple:

$$\frac{1}{S} + \frac{1}{C} - \frac{1}{R^2} = \frac{\pi}{1800R}$$

Hallar la medida radial.

a) $\frac{\pi}{10}$ rad b) $\frac{\pi}{11}$ c) $\frac{10}{\pi}$
d) $\frac{\pi}{100}$ e) $\frac{100}{\pi}$

15. Señale la medida circular de un ángulo que cumple: S + C + 19R = 20 + π; siendo S, C, R lo conocido para dicho ángulo:

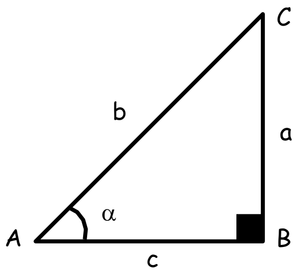
a) $\frac{\pi}{20}$ rad b) $\frac{\pi}{19}$ rad c) $\frac{\pi}{38}$rad
d) $\frac{\pi}{76}$ rad e) $\frac{\pi}{40}$rad

SEMANA 06: R. T. DE ÁNGULOS AGUDOS

DEFINICIÓN

La razón trigonométrica de un ángulo agudo en un triángulo rectángulo se define como el cociente que se obtiene al dividir las medidas de las longitudes de dos de los lados del triángulo rectángulo con respecto a uno de los ángulos agudos.

Sea el triángulo rectángulo ABC recto en B.



Elementos:

Catetos (con respecto a α) $\begin{cases} \text{Cateto opuesto (C.O.)} \rightarrow a \\ \text{Cateto adyacente (C.A.)} \rightarrow c \end{cases}$

Hipotenusa (H) $\rightarrow$ b

m ∢ CAB $\rightarrow$ α (agudo)

Cumpliéndose: (Teorema de Pitágoras)

$$\boxed{b^2 = a^2 + c^2}$$

Definimos con respecto a α:

Seno de α $\rightarrow$ $\text{sen}\alpha = \frac{CO}{H} = \frac{a}{b}$

Coseno de α $\rightarrow$ $\cos\alpha = \frac{CA}{H} = \frac{c}{b}$

Tangente de α $\rightarrow$ $\text{tg}\alpha = \frac{CO}{CA} = \frac{a}{c}$

Cotangente de α $\rightarrow$ $\text{ctg}\alpha = \frac{CA}{CO} = \frac{c}{a}$

Secante de α $\rightarrow$ $\sec\alpha = \frac{H}{CA} = \frac{b}{c}$

Cosecante de α $\rightarrow$ $\csc\alpha = \frac{H}{CO} = \frac{b}{a}$

INVERSAS

Por ejemplo: $\text{sen}\alpha = \frac{1}{3}$ $\rightarrow$ $\csc\alpha = 3$

inversas

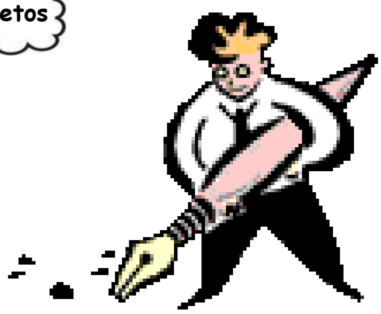
$\text{tg}\alpha = \frac{5}{3}$ $\rightarrow$ $\text{ctg}\alpha = \frac{3}{5}$

NOTA:

1. En un triángulo rectángulo **hipotenusa > catetos**

   Entonces $0 < \text{sen}\alpha < 1 \quad \wedge \quad 0 < \cos\alpha < 1$

   $\sec\alpha > 1 \quad \wedge \quad \csc\alpha > 1$



2. $\text{sen}^2\alpha \neq \text{Sen}\alpha^2$

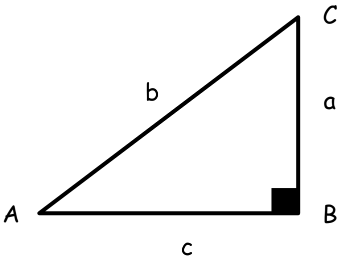
3. $\dfrac{\text{sen}\alpha}{\text{sen}\beta} \neq \dfrac{\alpha}{\beta}$

APLICACIÓN

1. En un triángulo rectángulo ABC recto en B reducir:

$$E = \text{sen}A \sec C + \cos C \csc A$$

Solución:



Del gráfico:

$$E = \frac{\cancel{a}}{\cancel{b}} \times \frac{\cancel{b}}{\cancel{a}} + \frac{\cancel{a}}{\cancel{b}} \times \frac{\cancel{b}}{\cancel{a}}$$

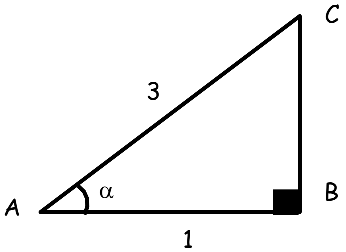
$$E = 1 + 1 \Rightarrow E = 2$$

2. Si: α es un ángulo agudo tal que $\cos\alpha = \dfrac{1}{3}$. Calcular $\text{tg}\alpha$.

Solución:

Del dato: $\cos\alpha = \dfrac{1}{3}$ $\begin{array}{l} \longrightarrow \text{cateto adyacente} \\ \longrightarrow \text{hipotenusa} \end{array}$

α debe estar dentro de un triángulo rectángulo.



$2\sqrt{2}$ $\longrightarrow$ Por Pitágoras:

$$3^2 = 1^2 + \overline{BC}^2$$

$$\overline{BC} = 2\sqrt{2}$$

Piden: $\text{tg}\alpha = \dfrac{2\sqrt{2}}{1} \quad \Rightarrow \quad 2\sqrt{2}$

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. En un triángulo ABC recto en C simplificar:

$$E = a \cdot ctgA - c \cdot senB$$

a) 0 b) 1/3 c) a
d) b e) 1/2

2. En un triángulo rectángulo ABC recto en B reducir:

$$E = (secA - senC)ctgA - cosC$$

a) 1 b) 2 c) 0
d) 3 e) -1

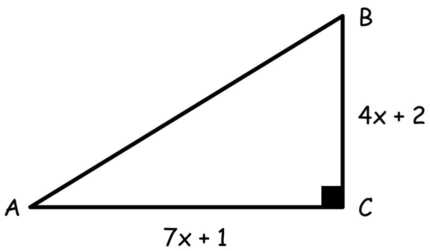
3. En un triángulo rectángulo ABC recto en B se cumple que: $2tgA = cscC$

Calcular: $E = 2senA + \sqrt{3}tgC$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

4. Del gráfico calcular "x". Si: $tgB = \frac{3}{2}$

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5



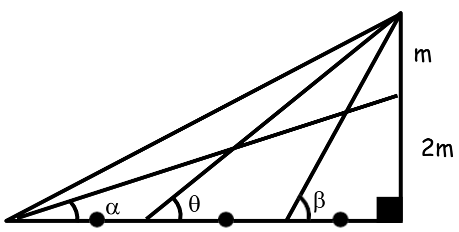
5. Si: $secx = \sqrt{7}$

Calcular: $E = tg^2x + \sqrt{42}\,senx$

a) 10 b) 12 c) 14
d) 18 e) 20

6. Del gráfico hallar: $E = \sqrt[3]{(tg\theta + tg\beta)\,\overline{\dfrac{ctg\alpha}{2}}}$

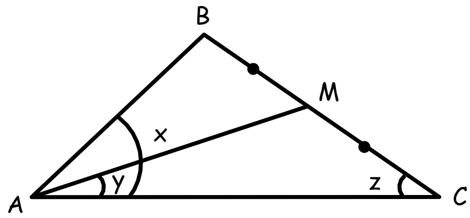
a) 2
b) 3
c) 5
d) $2\sqrt{3}$
e) 15



7. Del gráfico calcular:

$$E = \frac{ctgy - ctgz}{ctgx}$$

a) 1
b) 2
c) 1/2
d) 1/4
e) 3/2



8. En un triángulo ABC recto en A se cumple $tgB = 0{,}75$; además: $a - b = 6$ m

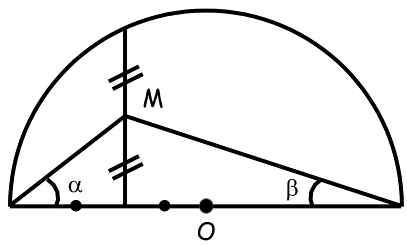
Hallar su perímetro.

a) 12 m b) 24 m c) 36 m
d) 42 m e) 45 m

9. En la semicircunferencia mostrada calcular:

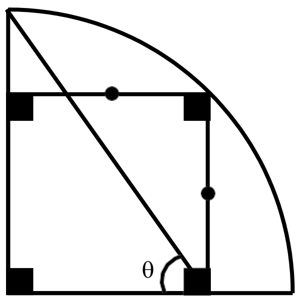
$$E = 2tg\alpha + 6tg\beta$$

a) $\sqrt{3}$
b) $2\sqrt{3}$
c) $3\sqrt{3}$
d) 2
e) 3



10. Del gráfico calcular $tg\theta$.

a) 1
b) $\sqrt{2}$
c) $\sqrt{3}$
d) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
e) $\frac{\sqrt{3}}{3}$



11. En la figura mostrada calcule $ctg\theta$ donde $\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{CB}$, CD = DE.

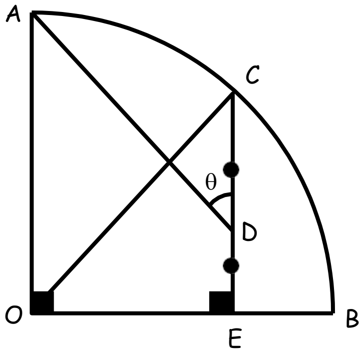
a) $\frac{4\sqrt{2}-1}{4}$

b) $\frac{2\sqrt{2}+1}{2}$

c) $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$

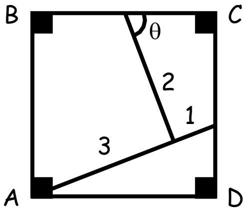
d) $\frac{2\sqrt{2}+3}{2}$

e) $\frac{2\sqrt{2}-1}{2}$



12. Del gráfico calcule tgθ si ABCD es un cuadrado.

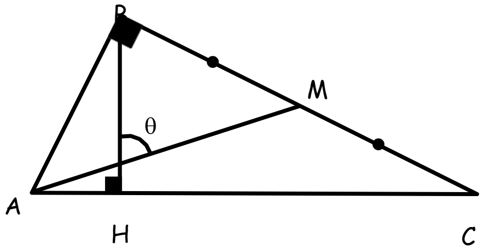
a) 3/5
b) 5/3
c) 6/5
d) 5/6
e) 3/2



13. Si en el gráfico θ es mínimo calcular:

E = secθ + 9sen²θ

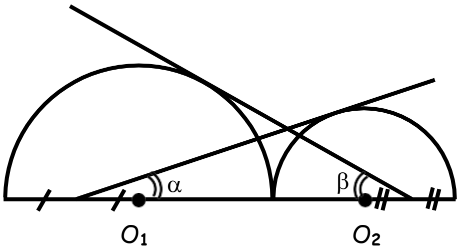
a) 5
b) 7
c) 3
d) 11
e) 22



14. Del gráfico calcular el mínimo valor de:

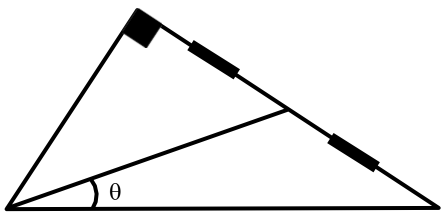
E = cscα . cscβ

a) 6,25
b) 7,25
c) 8,25
d) 9,25
e) 10,25



15. Del gráfico indicar el mínimo valor de ctgθ

a) $\sqrt{2}$
b) $2\sqrt{2}$
c) $3\sqrt{2}$
d) $3\sqrt{3}$
e) $4\sqrt{2}$



TAREA DOMICILIARIA N° 2

1. Se tiene un triángulo rectángulo ABC ($\hat{A} = 90°$).
Calcular: E = btgC + ctgB - c

a) a
b) b
c) c
d) 2a
e) 2c

2. En un triángulo ABC recto en C se cumple 3senA = 2senB.
Calcular: $E = \sqrt{13}\text{sen}A + 6\text{tg}B$

a) 7
b) 9
c) 11
d) 13
e) 15

3. Si: $\text{sen}\alpha = \frac{2}{3}$ donde "α" es agudo. Calcule: ctgα

a) $\sqrt{5}$
b) $2\sqrt{5}$
c) $\frac{\sqrt{5}}{2}$
d) $\frac{\sqrt{5}}{5}$
e) $\frac{2\sqrt{5}}{3}$

4. Si: $\text{sen}\theta = \frac{\sqrt{7}}{4}$

Calcular: $E = 3\sec\theta - \sqrt{7}\text{tg}\theta$

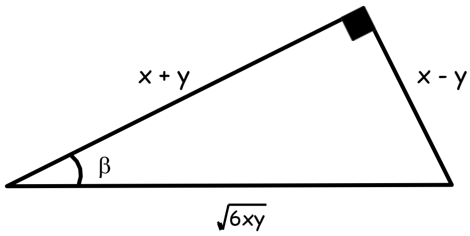
a) 1/3
b) 2/3
c) 5/3
d) 7/3
e) 1

5. En un triángulo rectángulo ABC (B = 90°) tgA = 4tgC. Si el mayor lado mide $8\sqrt{5}$ m. ¿Cuál es el área del triángulo?

a) 16 cm²
b) 32
c) 64
d) 8
e) 128

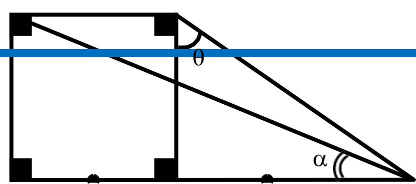
6. Del gráfico, calcular ctg²β

a) 1
b) 3
c) 5
d) 7
e) 8



7. Si: $\text{tg}\alpha = \frac{5}{8}$; determine tgθ

a) 0,4



b) 0,5

c) 0,6

d) 0,8

e) 1

8. En la figura mostrada AD = 6 y DC = 3.
Calcular: $\cos 2\theta$

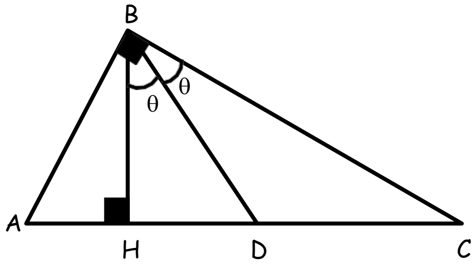
a) 2/3

b) 2/7

c) 3/2

d) 1/3

e) 1/7



9. Del gráfico hallar $\text{tg}\alpha\ .\ \text{tg}\theta$

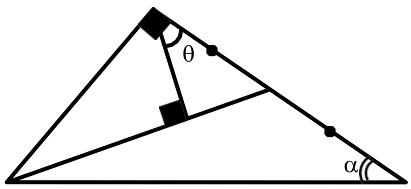
a) 2

b) 1/2

c) 1/4

d) 4

e) $\sqrt{2}$



10. Del gráfico calcular $\text{sen}\theta$. Si: $\overline{BE} = 8\overline{EC}$
("O" centro de la semicircunferencia)

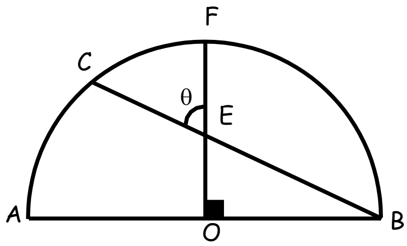
a) 1/2

b) 2/3

c) 3/4

d) 4/5

e) 5/6



11. Si ABCD es un cuadrado además $\text{tg}\alpha = \dfrac{3}{5}$

Calcular: $\text{tg}\theta$

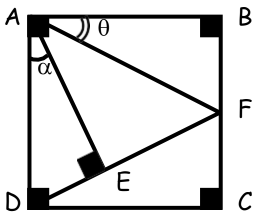
a) 1/5

b) 2/5

c) 3/5

d) 2/3

e) 1/3



12. Del gráfico calcular: $E = \text{ctg}\alpha - \text{tg}\theta$

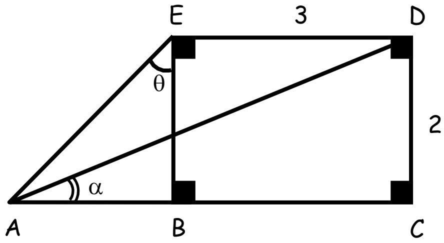
a) 2/3

b) 3/2

c) 2

d) 3

e) 4/3



13. Del gráfico calcular $\text{tg}\alpha$. Si: $\text{tg}\theta = 1{,}5$

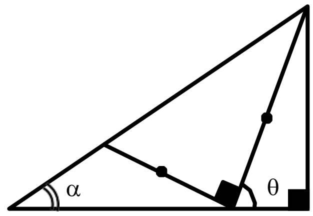
a) 0,1

b) 0,2

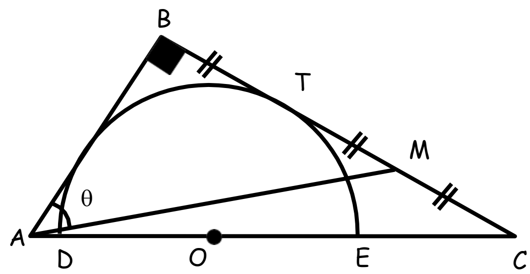
c) 0,3

d) 0,4

e) 0,5



14. Del gráfico calcular $\text{tg}\theta$
("O" centro de la semicircunferencia)



a) 2 b) 3 c) 3/2

d) 3/4 e) 4/3

15. Del gráfico calcular: $\text{tg}\alpha\ .\ \text{tg}\theta$
Siendo: DH = 2 y CD = 3
("O" centro de la semicircunferencia)

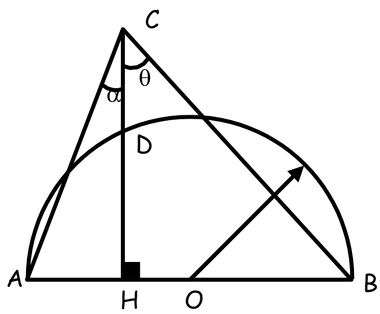
a) 4/9

b) 7/16

c) 5/9

d) 4/25

e) 9/25



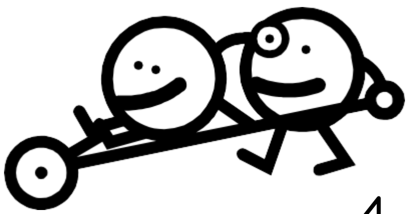
PROPIEDADES DE LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

RECÍPROCAS

$\text{sen}\alpha \,.\, \csc\beta = 1$
$\cos\alpha \,.\, \sec\beta = 1$
$\text{tg}\alpha \,.\, \text{ctg}\beta = 1$

Siempre y cuando:

$\alpha = \beta$



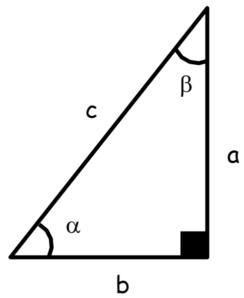
COMPLEMENTARIO

$\text{sen}\alpha = \cos\beta$
$\text{tg}\alpha = \text{ctg}\beta$
$\sec\alpha = \csc\beta$

Siempre y cuando:

$\alpha + \beta = 90°$

(Complementarios)



APLICACIÓN 1

Si: $\quad \text{sen}\ \underline{2x} = \cos\ \underline{80°}$. $\qquad$ Calcular: "x"

90° (P. Complementarios)

$2x + 80° = 90° \Rightarrow x = 5°$

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Si : $\text{tg}\ 3x \,.\, \text{ctg}(x + 40°) = 1$. Calcular : $\cos 3x$

a) 1 $\qquad$ b) 1/2 $\qquad$ c) $\sqrt{3}$

d) $\sqrt{3}/2$ $\qquad$ e) 3/5

2. Hallar "x" si :

$$\cos(2x - 10°)\sec(x + 30°) = 1$$

a) 10° $\qquad$ b) 20° $\qquad$ c) 30°

d) 40° $\qquad$ e) 50°

3. Si : $\text{sen}\ 7x \sec 2x = 1$.

Calcular :

$$E = \text{tg}^2\ 6x + \text{tg}(x + 42° - y)\,.\,\text{tg}(3x + y + 8°)$$

a) 1 $\qquad$ b) 3 $\qquad$ c) 4

d) 5 $\qquad$ e) 6

4. Determine "x" :

$$\sec(2x - 8) = \text{sen}\ 40° \csc 40° + \frac{\text{tg}\,15°}{\text{ctg}\,75°}$$

a) 17° $\qquad$ b) 20° $\qquad$ c) 28°

d) 30° $\qquad$ e) 34°

5. Si : $\sec 8x = \csc 3x$.
Calcular :

$$E = \operatorname{sen} 6x \sec 5x + \operatorname{tg} 4x \,.\, \operatorname{tg} 7x + \frac{\sec 2x}{\csc 9x}$$

a) 2 b) 3 c) 6
d) 1/2 e) 1/3

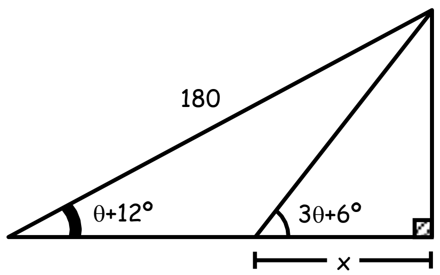
6. Si : "x" e "y" son complementarios además :
$(\operatorname{tg} x)^{\operatorname{ctg} y} = \operatorname{sen}\frac{\pi}{4}$.

Calcular: $E = \sqrt{5}\ \operatorname{sen} x + \operatorname{tg} x$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

7. Si en el gráfico se cumple $\operatorname{tg}\theta\ \operatorname{tg} 4\theta = 1$.
Calcular : "x"

a) 90
b) 30
c) $90\sqrt{3}$
d) $30\sqrt{3}$
e) $10\sqrt{3}$



8. Calcular :

$$E = \frac{\operatorname{sen}1^\circ + \operatorname{sen}2^\circ + \operatorname{sen}3^\circ + \ldots\ldots + \operatorname{sen}89^\circ}{\cos 1^\circ + \cos 2^\circ + \cos 3^\circ + \ldots\ldots + \cos 89^\circ}$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) $\sqrt{3}$ e) $\sqrt{3}/3$

9. Calcular : $E = (5 \operatorname{tg} 10^\circ + 10 \operatorname{ctg} 80^\circ) \operatorname{tg} 80^\circ$

a) 10 b) 12 c) 13
d) 14 e) 15

10. Si : $\cos 4x = \operatorname{sen} 6y$.
Hallar: $E = \dfrac{\sec(3x+2y) + \operatorname{tg}(5x+y)}{\csc(x+4y) + \operatorname{ctg}(5y-x)}$

a) 1 b) -1 c) 1/2
d) 2 e) 4

11. Si :
$4\sec(2x+10^\circ) - 2\csc(80^\circ - 2x) = \sec\frac{\pi}{3}\csc(3x-10^\circ)$

Calcular : $E = \dfrac{\operatorname{sen} x}{\cos 4x} + \dfrac{\operatorname{sen} 2x}{\cos 3x}$

a) 2 b) 5/2 c) 7/3
d) 25/12 e) 4

12. Si : $\sec(x + y + 5^\circ) - \csc(2y - x + 40^\circ) = 0$
$\operatorname{tg}(3x - y) \,.\, \operatorname{ctg}(2x + y) = 1$
donde "x" e "y" son agudos.
Hallar: $E = \sec 2x + \operatorname{tg}(x + y) - 2 \operatorname{sen} 2y$

a) 0 b) 1 c) 2
d) 3 e) 4

13. Si : $\operatorname{sen}(A - C) = \cos(B + C)$.
Calcular: $E = 2\operatorname{sen}\left(\dfrac{A+B}{3}\right) + \operatorname{tg}\left(\dfrac{A+B}{2}\right)$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

14. Si : $\operatorname{tg}(\frac{\pi}{4} + \theta)\operatorname{tg}(\varnothing - \frac{\pi}{4}) = \operatorname{tg}\frac{\pi}{4}$
$\operatorname{sen}(\theta + \pi \operatorname{sen}(\theta\varnothing)) = \cos(\varnothing - \pi\cos(\theta\varnothing))$
Calcular : $E = \theta^{-1} + \varnothing^{-1}$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

15. Si : $\operatorname{sen}(x + y) - \cos(z + 2y) = 0$
$\operatorname{ctg}(2y - z) \operatorname{ctg} 43^\circ = \operatorname{tg}(x - y) \operatorname{tg} 47^\circ$
Calcular : $\sec(\frac{x}{2} - z)$
Además : $0^\circ < y < x < 45^\circ$

a) 2 b) $\sqrt{2}$ c) $\sqrt{3}$
d) 1 e) $\sqrt{5}$

TAREA DOMICILIARIA N° 4

1. Determine "x" : $\operatorname{tg}(2x + 10^\circ) = \operatorname{ctg}(x - 40^\circ)$

a) 10° b) 20° c) 30°
d) 40° e) 60°

2. Si : $\operatorname{tg} x \,.\, \operatorname{tg} 2x = 1$.

Calcular: $E = \dfrac{\operatorname{sen} x \cos 2x \operatorname{sen}\frac{3x}{2}}{\operatorname{tg} 37^\circ \operatorname{ctg}\frac{3x}{2} \,.\, \operatorname{tg} x}$

a) $\sqrt{2}/2$ b) $\sqrt{3}/3$ c) $\sqrt{6}/6$
d) $\sqrt{5}/5$ e) 1

3. Determine el valor de "x" :

$$\text{sen}(3x - 42°)\,\csc(18° - 2x) = 1$$

a) 6° b) 12° c) 15°
d) 20° e) 24°

4. Sabiendo que : tg 5x . ctg (x + 40°) = 1.
Calcular : cos 3x

a) 1 b) 1/2 c) $\sqrt{2}/2$
d) $\sqrt{3}$ e) 2/3

5. Calcular :

$$E = (\text{tg } 20° + \text{ctg } 70°)(\text{ctg } 20° + \text{tg } 70°)$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 8

6. Reducir : $E = (3 \text{ sen } 40° + 4 \cos 50°) \csc 40°$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 7

7. Calcular :

$$E = \frac{\sec 1° + \sec 2° + \sec 3° + \ldots + \sec 89°}{\csc 1° + \csc 2° + \csc 3° + \ldots + \csc 89°}$$

a) 1 b) -1 c) $\sqrt{2}$
d) $\sqrt{3}$ e) $\sqrt{2}/2$

8. Se sabe que : $\text{tg}\left(\frac{x}{m}\right) = \text{ctg}\left(\frac{y}{m}\right)$. Calcular :

$$E = \text{tg}\left(\frac{x+y}{2m}\right)\,\text{ctg}\left(\frac{x+y}{3m}\right)$$

a) $\sqrt{3}/3$ b) $\sqrt{3}$ c) 1/2
d) 1 e) $2\sqrt{3}$

9. Si : sen (7x – 20°) = cos (3x + 10°)
tg (2y – 30°) . ctg (30° - y) = 1
Calcular : E = 2 sen (x + y) + sec 3y

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

10. Si: $\cos A = \frac{3x+2}{3x+1}$ y $\text{sen } B = \frac{x+1}{x+2}$.
Determinar el valor de tg A si A y B son complementarios.

a) 5 b) $2\sqrt{6}$ c) $2\sqrt{5}$
d) $\sqrt{6}/8$ e) 3/4

11. Si : tg (2y – 3°) sen (93° - 2y) = cos (4x + y).

$$\text{Calcular : } E = \frac{\sec 4x - \csc 3(y - 1°)}{\text{sen } 6x}$$

a) $\sqrt{2}$ b) $2\sqrt{3}$ c) 6
d) 1 e) 0

12. Si : sen 2x + tg 2y = cos 2y + ctg 2x. Calcular :
E = tg (x + y) tg 2x – ctg 2y ctg (x + y)
Si además "x" e "y" son ángulos agudos.

a) 1 b) 3 c) 4
d) $2\sqrt{3}$ e) 0

13. Si : sen (2α)csc $(\theta + 30°) = 1$
tg $(\theta + 20°)$ = ctg $(\alpha - 20°)$
Calcular :
E = sen $(\theta - 10°)$ sec θ + tg $(\theta - 5°)$ tg $(\alpha + 5°)$

a) 5 b) 4 c) 3
d) 2 e) 1

14. Si : sen (3x + 10°) = cos (6x – 10°).

$$\text{Calcular : } E = \sqrt{\text{tg}\frac{9x}{2} + \sec(3x + 7°)}$$

a) 1/2 b) 1 c) 1/12
d) 9/4 e) 3/2

15. Calcular : $E = \frac{\text{tg } x\, \text{tg } 2x\, \text{tg } 3x \ldots\ldots \text{tg } 8x}{\text{sen } 3x + \cos 6x}$

siendo : tg (3x – 10°) = cos (100° - 3x) csc 7x

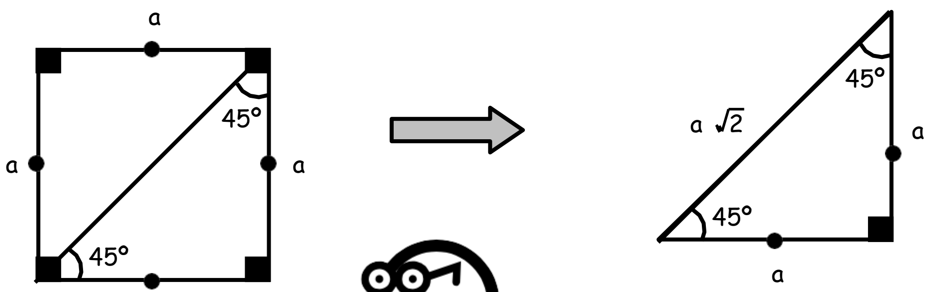
a) 1 b) 2 c) 1/2
d) $\sqrt{3}/2$ e) $\sqrt{3}/3$

R. T. DE ÁNGULOS NOTABLES

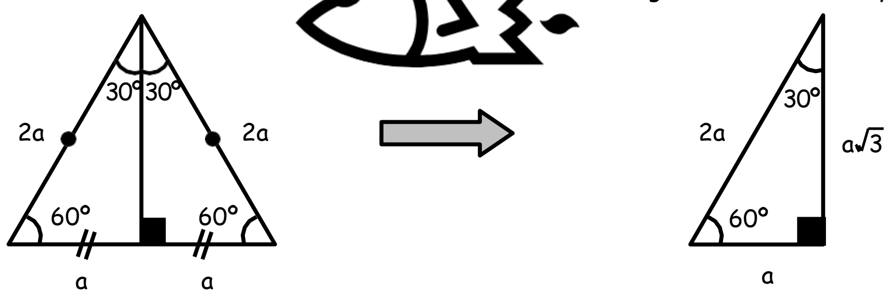
Son aquellos triángulos rectángulos donde conociendo las medidas de sus ángulos agudos, se puede saber la proporción existente entre sus lados.

Como por ejemplo:

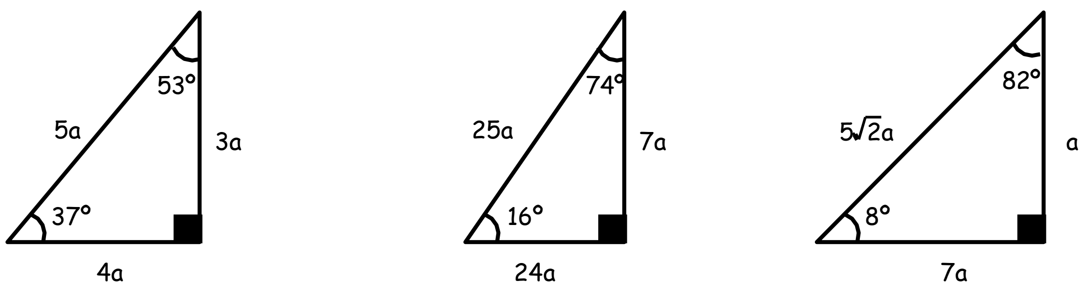
Triángulo Notable de 45° y 45°



Triángulo Notable de 30° y 60°



TRIÁNGULOS APROXIMADOS



APLICACIÓN

1. Calcular: E = sen²30° + tg37°

   Reemplazando valores: $E=\left(\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4} \Rightarrow \frac{1}{4}+\frac{3}{4} \Rightarrow E=1$

2. Evaluar: $E=\dfrac{\text{sen}^2 45°+\cos 60°}{\csc 30°}$

   Reemplazando: $\dfrac{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+\frac{1}{2}}{2} \Rightarrow \dfrac{\frac{2}{4}+\frac{1}{2}}{2} \Rightarrow \dfrac{1}{2}$

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Calcular: E = (sen30° + cos60°)tg37°

a) 1 b) 2 c) 1/4
d) 3/4 e) 4/3

2. Si: $tg\alpha^{tg\alpha^{tg\alpha^{\cdot^{\cdot^{\cdot\, tg\alpha^{sec60°}}}}}} = sec^2 45°$

Calcular: $E = \sqrt{6}sen\alpha - sec^2\alpha$

a) 0 b) 1 c) -1
d) 2 e) -2

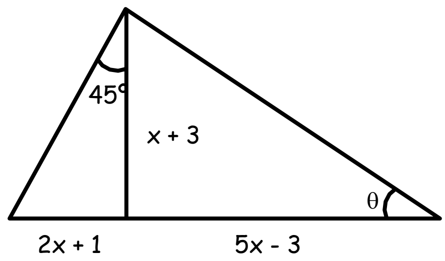
3. Determine el valor de "m" para que "x" sea 30°.

$$cos2x = \frac{m-1}{m+1}$$

a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 6

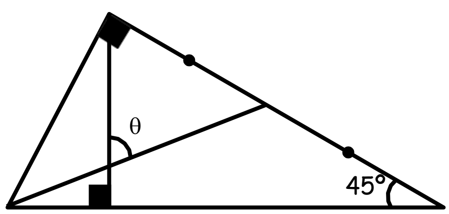
4. Del gráfico hallar: ctgθ

a) 1,6
b) 1,7
c) 0,4
d) 0,6
e) 1,4



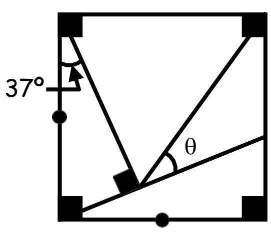
5. Del gráfico calcular: ctgθ

a) 2
b) 3
c) 1/2
d) 1/3
e) 1/4



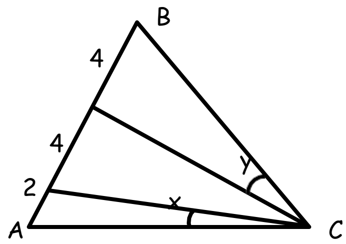
6. Del gráfico calcular: tgθ

a) 1/4
b) 2/5
c) 1/5
d) 2/7
e) 3/7



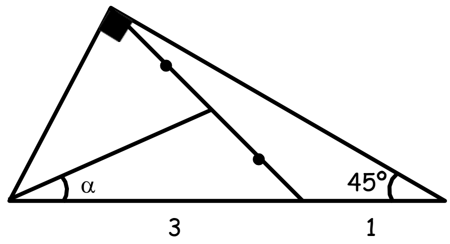
7. En el triángulo ABC (equilátero) mostrado halle: E = ctgx . ctgy

a) 1/4
b) 3/8
c) 12
d) 9
e) 17/3



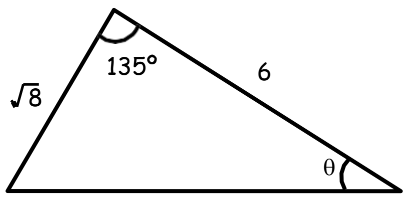
8. Del gráfico calcular: tgα

a) 1/5
b) 2/3
c) 1/3
d) 3/5
e) 2/5



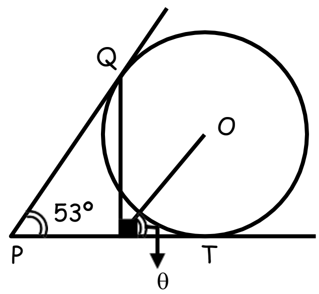
9. En el gráfico mostrado hallar tgθ

a) 1/4
b) 1/3
c) 1/2
d) 1/5
e) 1/6



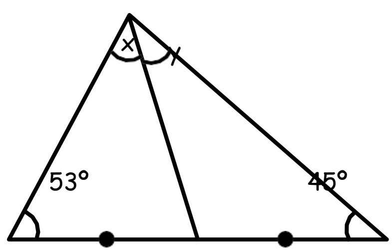
10. Del gráfico calcular ctgθ

a) 0,2
b) 0,4
c) 0,6
d) 0,8
e) 1,2

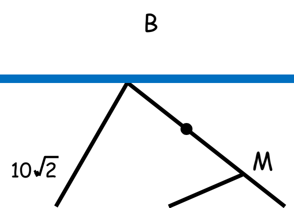


11. Del gráfico calcular: $E = \frac{senx}{seny}$

a) $\frac{4\sqrt{2}}{5}$
b) $\frac{4}{5}$
c) $\frac{2}{\sqrt{5}}$
d) $4\sqrt{2}$
e) 1



12. De la figura calcular "x"



a) 14

b) 8

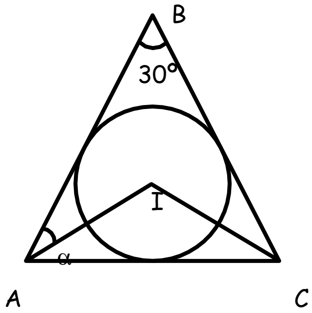
c) 12

d) 16

e) 20

13. Si en el gráfico se tiene $AI = \sqrt{2} \wedge CI = 4$

Calcular: $E = \dfrac{4}{tg\alpha - 1}$



a) $\sqrt{2}$

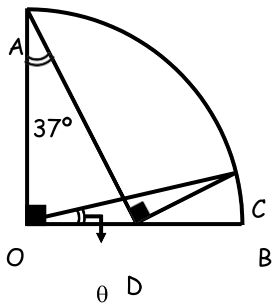
b) $\sqrt{3}$

c) $3\sqrt{3}$

d) $4\sqrt{3}$

e) $4\sqrt{2}$

14. Del gráfico calcular: E = 3cosθ – 4senθ



a) 7/4

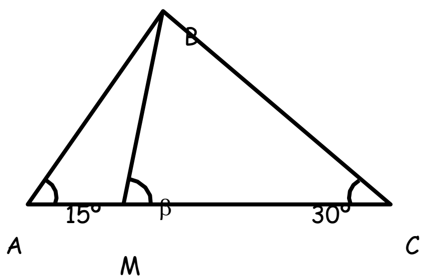
b) 9/4

c) 5/4

d) -1/4

e) -7/4

15. Si: AM = MC. Calcule: secβ



a) $\sqrt{3}$

b) $\sqrt{2}$

c) $2\sqrt{3}$

d) 2

e) $\sqrt{5}$

TAREA DOMICILIARIA Nº 3

1. Calcular:

$$E = (sec^2 45° + tg45°)\, ctg37° - 2cos60°$$

a) 0 b) 1 c) 2

d) 3 e) 4

2. Calcular: "x"

$$3x sec53° - tg45° = sec60°(sec45° + sen45°)^{csc30°}$$

a) 1 b) 2 c) 3

d) 4 e) 5

3. Calcular: $E = (tg60° + sec30° - sen60°)^{sec60°}$

a) 25/12 b) 25/24 c) 49/12

d) 49/24 e) 7/18

4. Calcular: $E = \dfrac{tg30°\, sec60° - sen37°\, cos30°}{sen^2 45°}$

a) $\dfrac{\sqrt{3}}{5}$ b) $\dfrac{11\sqrt{3}}{5}$ c) $\dfrac{3\sqrt{3}}{5}$

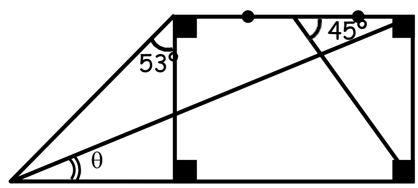
d) $\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$ e) $\dfrac{2\sqrt{3}}{5}$

5. Calcular: $tg\dfrac{45°}{2}$

a) $\sqrt{2}$ b) $\sqrt{2}+1$ c) $\sqrt{2}-1$

d) $1-\sqrt{2}$ e) $\sqrt{2}+2$

6. Del gráfico hallar: tgθ



a) 0,1

b) 0,3

c) 0,4

d) 0,6

e) 0,8

7. Determine tgα en el gráfico.

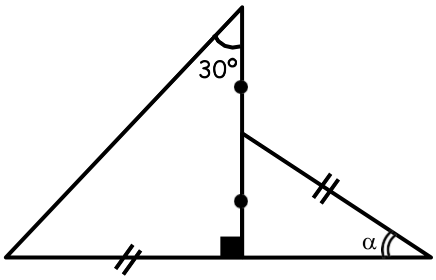
a) $\sqrt{3}$

b) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

d) $\frac{\sqrt{3}}{6}$

e) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$



8. De la figura calcular: tgx

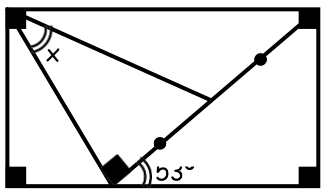
a) 1/8

b) 2

c) 1/2

d) 3/8

e) $\sqrt{2}$



9. Del gráfico calcular tgθ

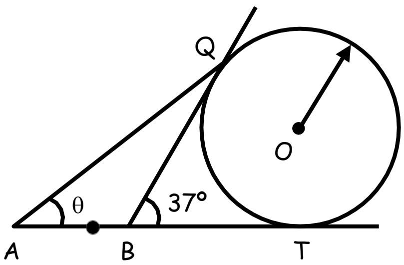
a) 5/17

b) 7/17

c) 9/17

d) 8/17

e) 6/17



10. Del gráfico hallar $\frac{y}{x}$

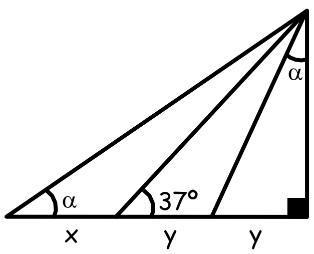
a) 1

b) 2

c) 3

d) 4

e) 6



11. Del gráfico hallar senθ

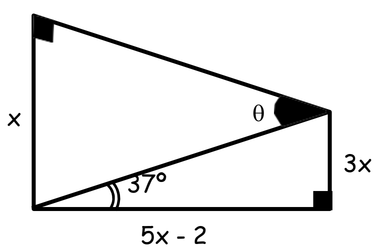
a) 0,1

b) 0,2

c) 0,3

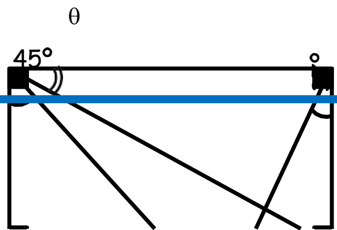
d) 0,4

e) 0,5



12. Del gráfico hallar tgθ

a) 0,3



b) 0,4

c) 0,8

d) 1,6

e) 1,8

13. Si: $BC = \sqrt{3}AB = a\sqrt{3}$

Calcule: $E = \sqrt{3}\operatorname{sen}\alpha + \sqrt{2}\operatorname{sen}\beta$

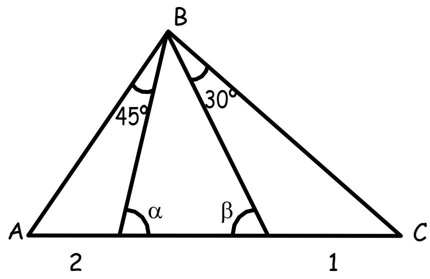
a) $\frac{3\sqrt{6}}{4}a$

b) $\sqrt{6}a$

c) $2\sqrt{6}a$

d) $\frac{\sqrt{6}}{4}a$

e) $\frac{\sqrt{6}}{6}a$



14. Del gráfico calcular tgθ

("O" centro de la circunferencia)

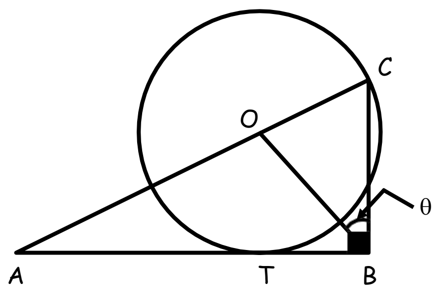
a) $\sqrt{3}$

b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

c) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

d) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

e) $\frac{\sqrt{3}}{5}$



15. Del gráfico calcular ctgθ. Si: $\overline{DC} = 7\overline{AD}$

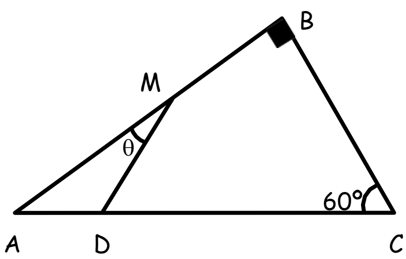
a) $\sqrt{3}$

b) $2\sqrt{3}$

c) $3\sqrt{3}$

d) $4\sqrt{3}$

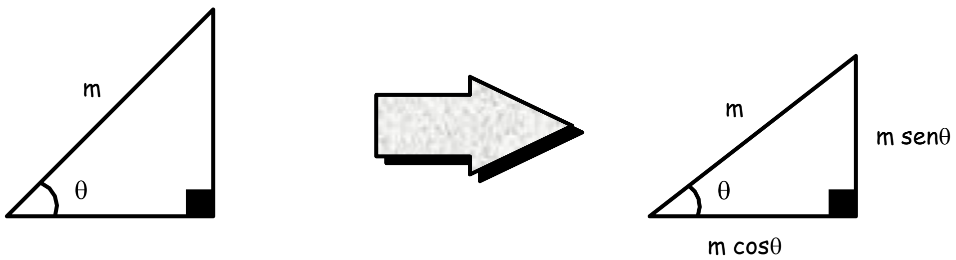
e) $6\sqrt{3}$

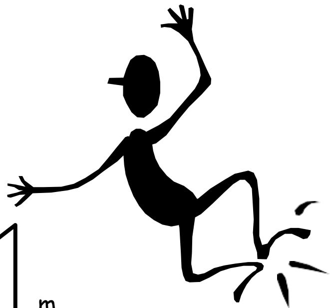


SESIÓN 07: RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

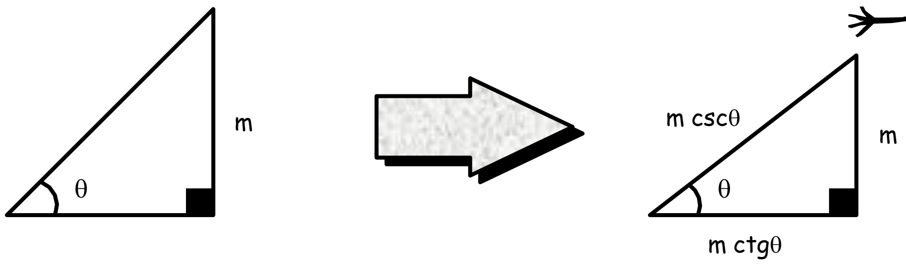
Si se conoce un ángulo agudo de un triángulo rectángulo y uno de sus lados se puede calcular con facilidad los otros dos lados para ello aplican las siguientes observaciones o casos:

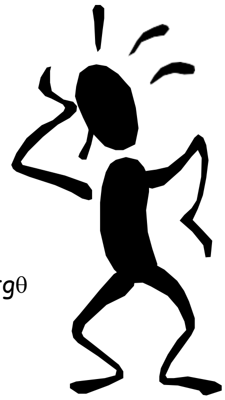
Caso 1 (Si el lado conocido es la hipotenusa)



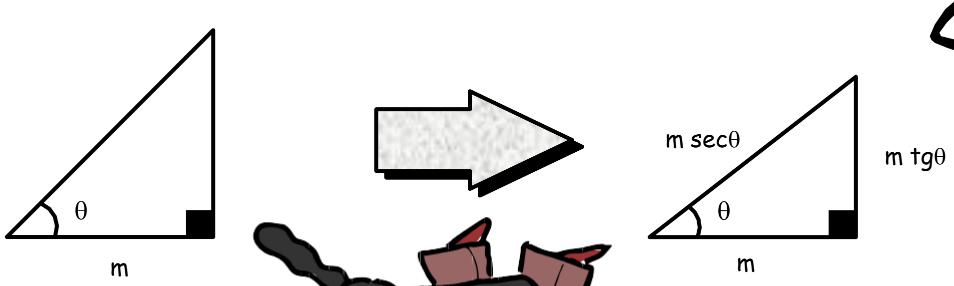


Caso 2 (Si se conoce el cateto opuesto al ángulo conocido)

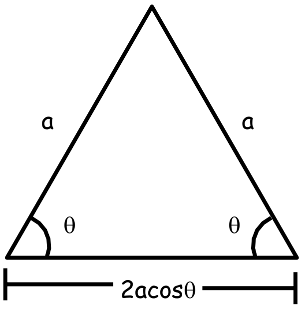




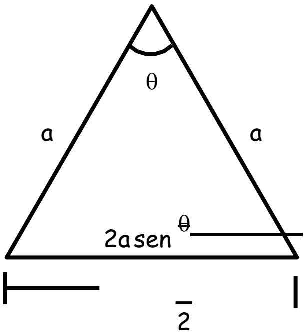
Caso 3 (Si se conoce el cateto adyacente al ángulo conocido)



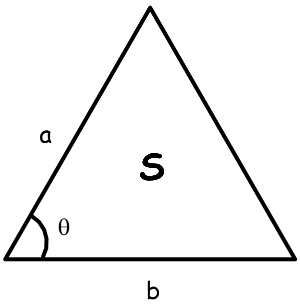
OBSERVACIÓN 1



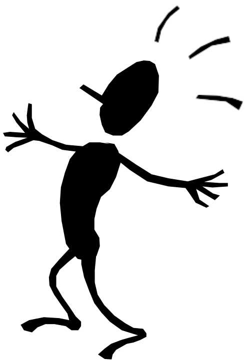
OBSERVACIÓN 2



OBSERVACIÓN 3

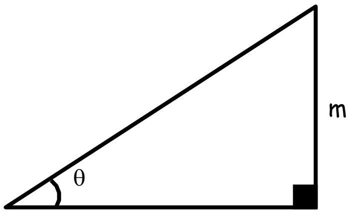


$$S = \frac{ab}{2}\,\text{sen}\theta$$



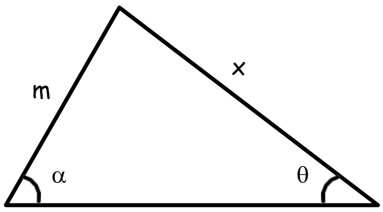
EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Determinar el área del triángulo mostrado.



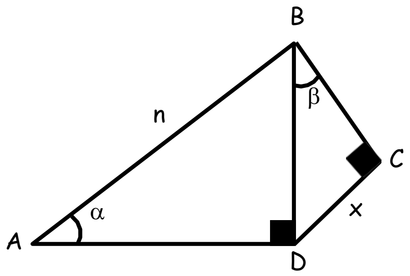
a) 0,5 m tgθ
b) 0,5 m ctgθ
c) 0,5 m^2 tgθ
d) 0,5 m^2 ctgθ
e) 0,5 m^2

2. Del gráfico determine x.



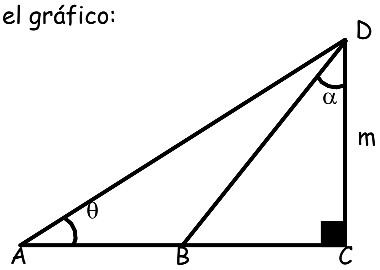
a) m senα secθ
b) m senα cscθ
c) m cosα secθ
d) m cosα cscθ
e) m senα tgθ

3. Del gráfico hallar "x" en función de n, α y β



a) n senα cosβ
b) n senα senβ
c) n cosα cosβ
d) n senβ cosα
e) n tgα tgβ

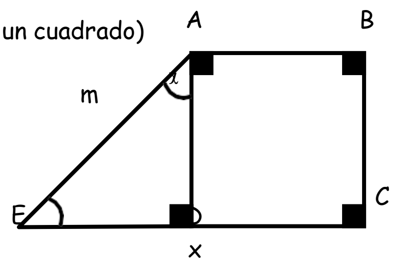
4. Determine AB en el gráfico:



a) m(tgα - tgθ)
b) m(ctgθ - ctgα)
c) m(ctgθ - tgα)
d) m(tgθ - tgα)
e) m(ctgα - ctgθ)

5. Determine "x" en función de α y m

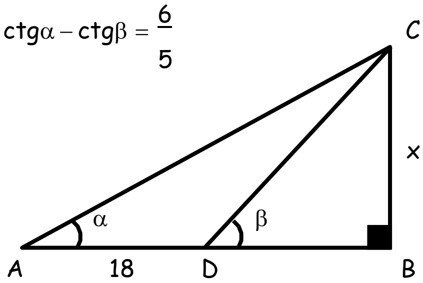
(ABCD es un cuadrado)



a) m senα cosα
b) 2m (senα + cosα)
c) m (senα + cosα)
d) m (2senα + cosα)
e) $\frac{m}{2}$ (senα + cosα)

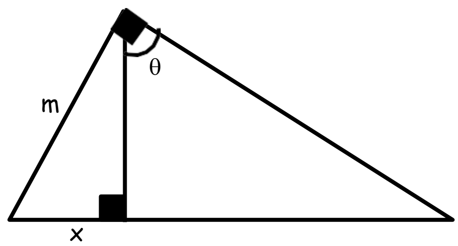
6. Calcular "x"

Si: $ctg\alpha - ctg\beta = \frac{6}{5}$



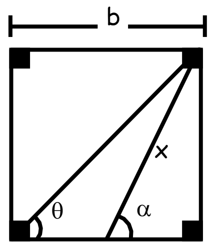
a) 11 b) 13 c) 14
d) 15 e) 18

7. Hallar "x" en función de m y θ



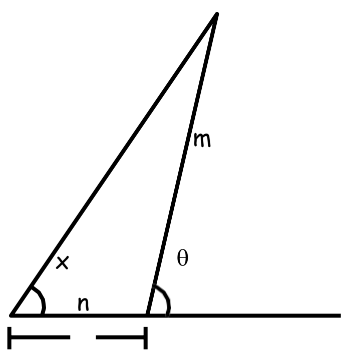
a) msenθ b) mcosθ c) $\frac{m}{2}$cosθ
d) 2m senθ e) m

8. Del gráfico hallar "x" en términos de b, θ y α



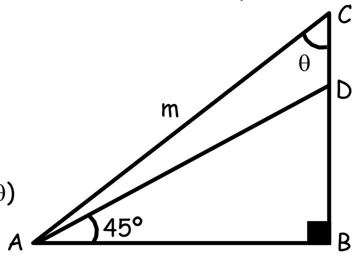
a) btgθ secα
b) btgθ cscα
c) btgθ senα
d) btgθ tgα
e) bsecθ secα

9. Hallar tgx en función de m, n y θ



a) $\frac{mtg\theta}{n+mctg\theta}$
b) $\frac{msen\theta}{n+mcos\theta}$
c) $\frac{mcos\theta}{n+msen\theta}$
d) $\frac{msen\theta}{n+mcos\theta}$
e) $\frac{mcsc\theta}{n+msec\theta}$

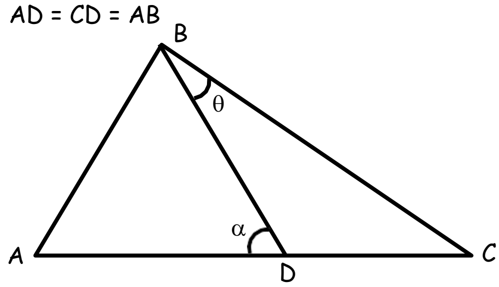
10. Del gráfico hallar $\overline{CD}$ en función de m y θ



a) $m(\cos\theta + \text{sen}\theta)$
b) $m(\cos\theta - \text{sen}\theta)$
c) $m(\text{sen}\theta - \cos\theta)$
d) $m(\cos\theta + 2\text{sen}\theta)$
e) $m\text{sen}\theta\ \cos\theta$

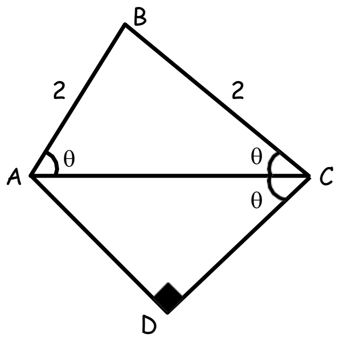
11. De la figura adjunta calcule: $\dfrac{\text{tg}\theta.\ \cos\alpha}{\text{sen}\alpha}$

Siendo: AD = CD = AB



a) 3
b) 6
c) 2
d) 1/6
e) 1/3

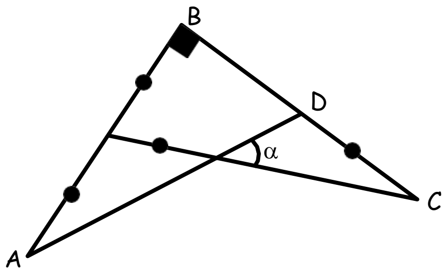
12. Del gráfico adjunto halle el área de la región triangular ADC en términos de θ.



a) $8\text{sen}\theta\cos^2\theta$
b) $8\text{sen}^3\theta\cos\theta$
c) $8\text{sen}^2\theta\cos\theta$
d) $8\text{sen}\theta\cos\theta$
e) $8\text{sen}\theta\cos^3\theta$

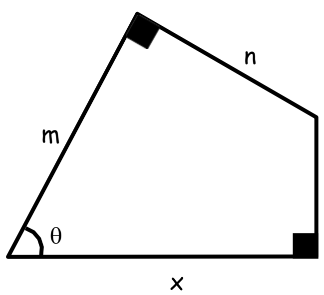
13. De la siguiente figura hallar:

$$E = \text{tg}2\alpha - 2\text{tg}\alpha$$



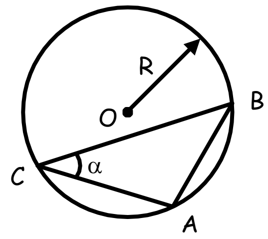
a) -1
b) 0
c) 1
d) 2
e) -2

14. Hallar "x" en el gráfico:



a) $m\text{sen}\theta + n\cos\theta$
b) $m\cos\theta + n\text{sen}\theta$
c) $(m + n)\ \text{sen}\theta\ .\ \cos\theta$
d) $m\text{tg}\theta + n\sec\theta$
e) $m\sec\theta + n\text{tg}\theta$

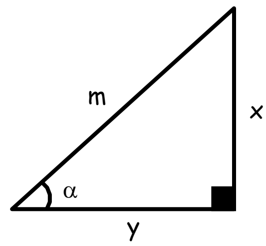
15. Determine $\overline{AB}$ en función de R y α



a) R $\text{sen}\alpha$
b) R $\cos\alpha$
c) 2R $\text{sen}\alpha$
d) 2R $\cos\alpha$
e) 2R $\text{tg}\alpha$

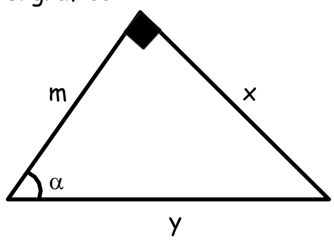
TAREA DOMICILIARIA N° 5

1. Determinar: x + y



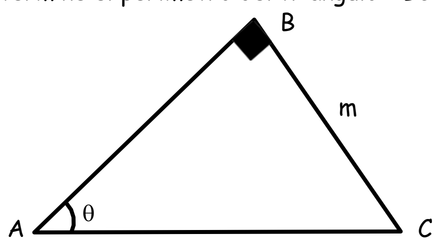
a) $m(1 + \text{sen}\theta + \cos\theta)$
b) $m(\text{sen}\theta + \cos\theta)$
c) $m(\text{tg}\theta + \text{ctg}\theta)$
d) $m(\sec\theta + \csc\theta)$
e) $m(\sec\theta + \text{sen}\theta)$

2. Determinar x + y del gráfico:



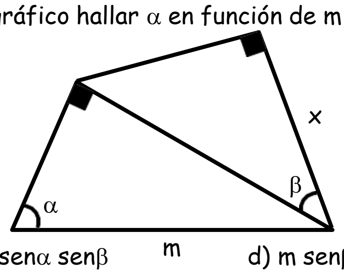
a) $m(\text{tg}\alpha + \sec\alpha)$
b) $m(\text{sen}\alpha + \cos\alpha)$
c) $m(\text{tg}\alpha + \text{ctg}\alpha)$
d) $m(\sec\alpha + \text{sen}\alpha)$
e) $m(\text{ctg}\alpha + \csc\alpha)$

3. Determine el perímetro del triángulo ABC



a) $m(1 + \text{sen}\theta + \cos\theta)$
b) $m(1 + \sec\theta + \text{tg}\theta)$
c) $m(1 + \csc\theta + \text{ctg}\theta)$
d) $m(1 + \sec\theta + \csc\theta)$
e) $m(1 + \text{tg}\theta + \text{ctg}\theta)$

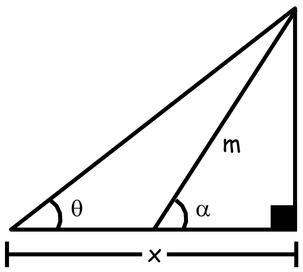
4. Del gráfico hallar α en función de m, α y β



a) m $\text{sen}\alpha\ \text{sen}\beta$
b) m $\cos\alpha\ \cos\beta$
c) m $\text{sen}\alpha\ \cos\beta$
d) m $\text{sen}\beta\ \cos\alpha$
e) m $\text{tg}\alpha\ \text{tg}\beta$

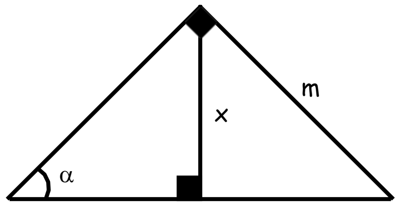
5. Determine "x" en:

a) m senα cosθ
b) m senα secθ
c) m senα cotθ
d) m cosα ctgθ
e) m cosα tgθ



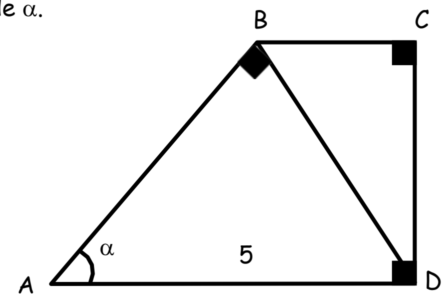
6. Determine "x" en el gráfico:

a) msenα
b) mcosα
c) mtgα
d) msecα
e) mcscα



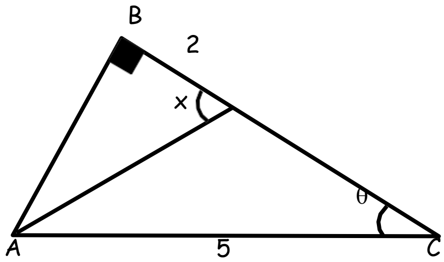
7. Del gráfico mostrado determine BC en términos de α.

a) $sec^2\alpha$
b) 5 $sec^2\alpha$
c) $sen^2\alpha$
d) $tg^2\alpha$
e) 5 $sen^2\alpha$



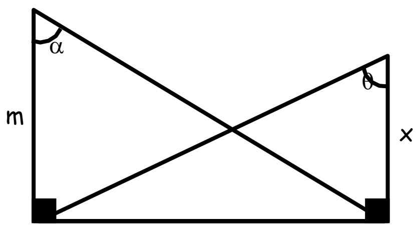
8. Del gráfico hallar tgx en función de θ.

a) 1,5 senθ
b) 2 senθ
c) 3 senθ
d) 2,5 senθ
e) 0,5 senθ



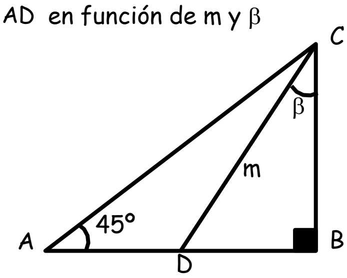
9. Determine x en función de α, θ y m

a) m tgα senθ
b) m tgα ctgθ
c) m tgα tgθ
d) m ctgα tgθ
e) m ctgα ctgθ



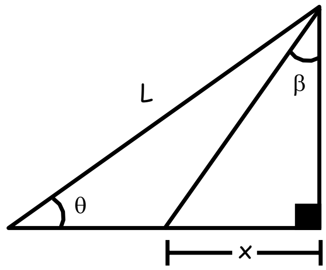
10. Del gráfico hallar $\overline{AD}$ en función de m y β

a) m(senβ - cosβ)
b) m(senβ + cosβ)
c) m(cosβ - senβ)
d) m(secβ - cscβ)
e) m(cscβ - secβ)



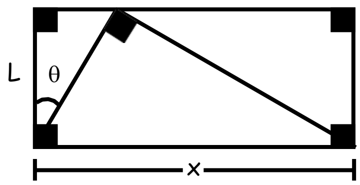
11. Hallar "x" en:

a) L senθ cosβ
b) L senθ ctgβ
c) L senθ tgβ
d) L cosθ tgβ
e) L cosθ ctgβ



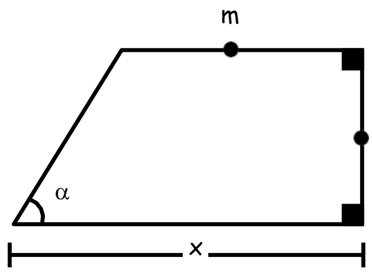
12. Hallar "x" en:

a) L(senθ + cosθ)
b) L(secθ + cscθ)
c) L(tgθ + ctgθ)
d) L(senθ + cscθ)
e) L(senθ + cosθ)



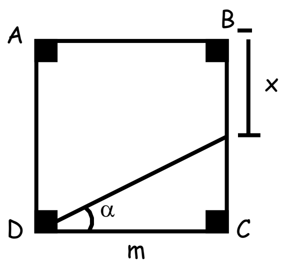
13. Hallar "x" en:

a) m(1 + ctgα)
b) m(1 + tgα)
c) m(1 + senα)
d) m(1 + cosα)
e) m(1 + secα)

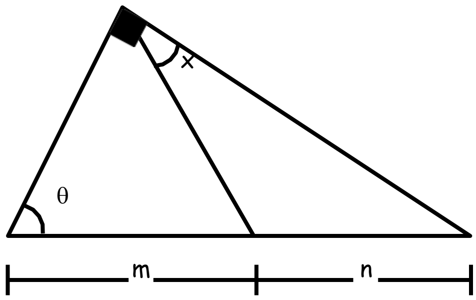


14. Hallar "x"
Si: ABCD es un cuadrado

a) m(1 - senα)
b) m(1 - cosα)
c) m(1 - tgα)
d) m(1 - ctgα)
e) m(tgα - ctgα)



15. En la figura determina tgx



a) $\frac{n}{m}$ tgθ b) $\frac{m}{n}$ ctgθ c) $\frac{n}{m}$ ctgθ
d) $\frac{m}{n}$ sec θ e) $\frac{n}{m}$ cscθ

ÁNGULOS VERTICALES

Introductorio

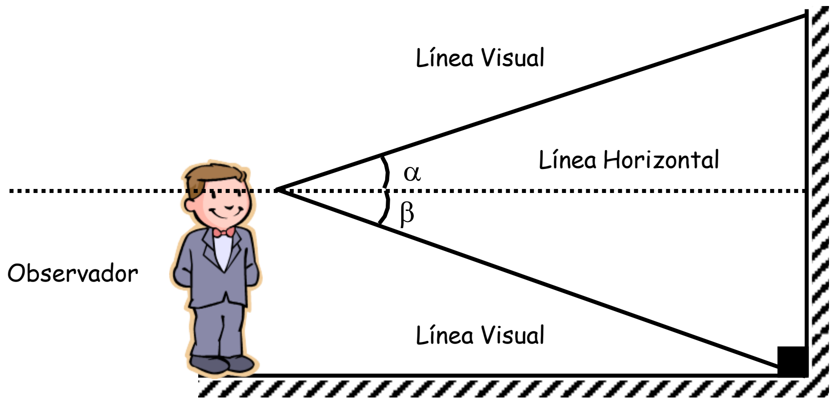
En el presente capítulo veremos problemas donde es necesario graficar el enunciado de un texto en forma precisa. Para ello es necesario tener presente los siguientes conceptos u observaciones analizando las distintas posibilidades que se nos pueden presentar.

LÍNEA VISUAL

Es la línea recta que une el ojo de un observador (generalmente una persona) con un objeto que se observa.

LÍNEA HORIZONTAL

Es la línea recta paralela a la superficie horizontal referencial que pasa por el ojo del observador.

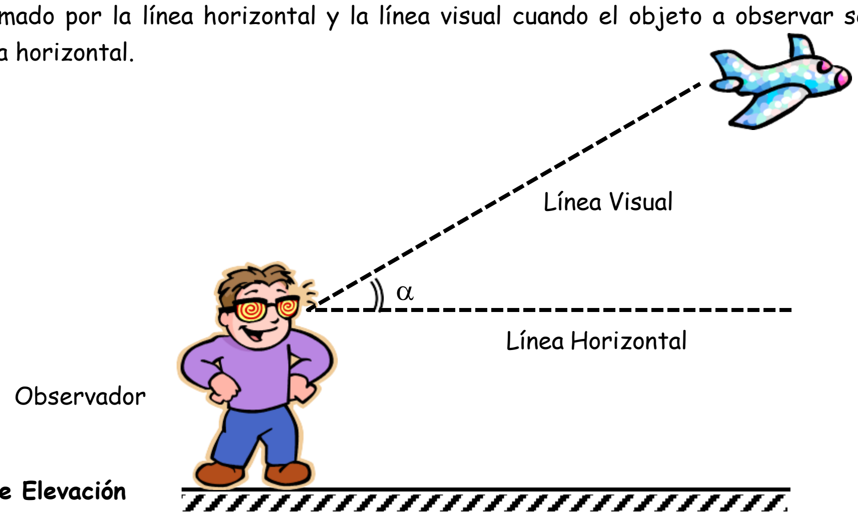


ÁNGULOS VERTICALES

Son aquellos ángulos obtenidos en un plano vertical formados por la línea visual y línea horizontal que parten de la vista del observador. Los ángulos verticales pueden ser:

ÁNGULO DE ELEVACIÓN

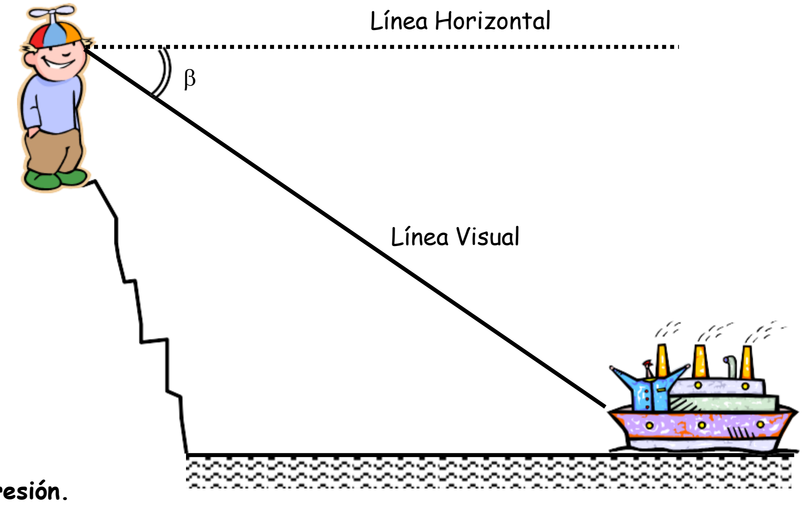
Es el ángulo formado por la línea horizontal y la línea visual cuando el objeto a observar se encuentra por encima de la línea horizontal.



α: **Ángulo de Elevación**

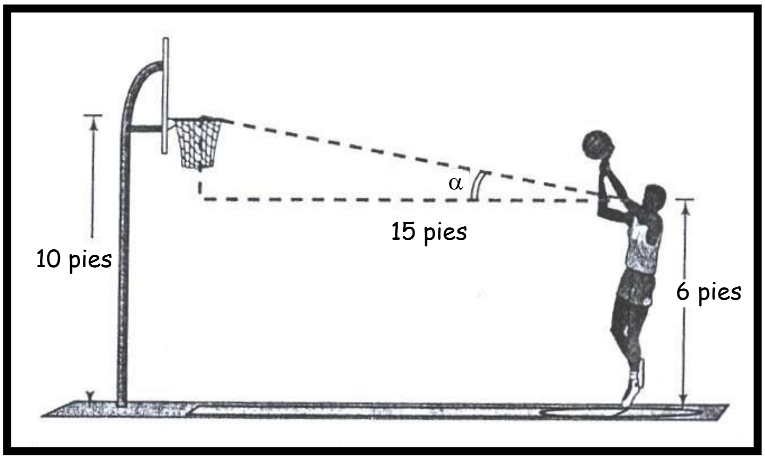
ÁNGULO DE DEPRESIÓN

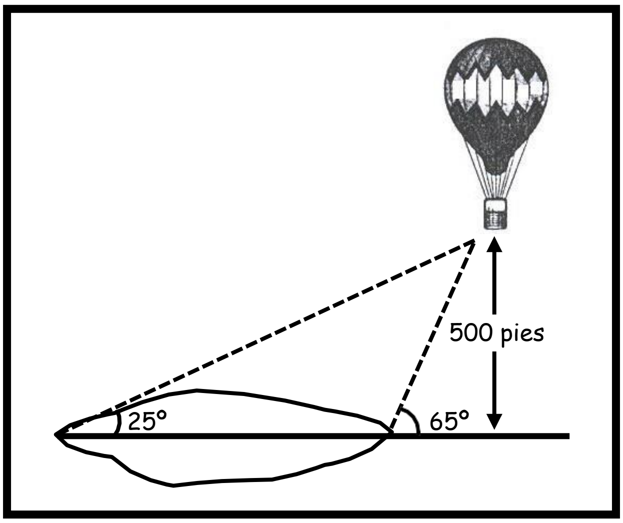
Es aquel ángulo formado por la línea horizontal y la línea visual cuando el objeto se encuentra por debajo de la línea horizontal.

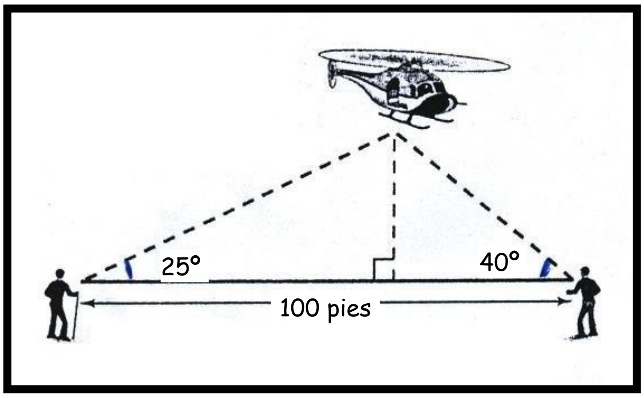


β: ***Ángulo de Depresión.***

EJEMPLO DE ÁNGULOS VERTICALES







EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. A una distancia de 20 m de un poste se observa su parte alta con ángulo de elevación 37°. Determinar la visual.

a) 5 m b) 15 c) 25
d) 35 e) 40

2. Una persona de 2 m de estatura divisa lo alto de una torre de altura de 32 m con un ángulo de elevación de 15°. Se acerca una distancia "x" y el ángulo de elevación se duplica. ¿Cuánto vale "x"?

a) 15 m b) 30 c) 60
d) 120 e) 150

3. Desde un punto en Tierra se divisa lo alto de un poste con un ángulo de elevación "α". Cuando la distancia que nos separa del poste se ha reducido a su tercera parte, el ángulo de elevación se duplica. ¿Cuánto vale α?

a) 10° b) 15° c) 30°
d) 120° e) 25°

4. Desde un punto en Tierra ubicado a 12 m de un edificio se ve su parte más alta con un ángulo de elevación "α". Si: $\tan\alpha = 3/2$. ¿Cuánto mide el edificio?

a) 24 m b) 18 c) 36
d) 26 e) 15

5. Una persona de "h" de estatura observa un edificio de "H" de altura con ángulo de elevación "α". Determine la distancia entre la persona y el edificio.

a) (H - h) tgα d) (H - h) cscα
b) (H - h) ctα e) H . h . secα
c) (H - h) secα

6. Desde un punto en Tierra se ubica lo alto de un edificio con un ángulo de elevación "α". Nos acercamos una distancia "d" y el ángulo de elevación sería "β", halle la altura del edificio.

a) $\dfrac{d}{\tan\alpha + \tan\beta}$ d) $\dfrac{d}{\cot\beta - \cot\alpha}$

b) $\dfrac{d}{\tan\alpha - \tan\beta}$ e) $\dfrac{d}{\operatorname{sen}\alpha + \operatorname{sen}\beta}$

c) $\dfrac{d}{\cot\alpha - \cot\beta}$

7. Desde lo alto de un acantilado se divisa dos objetos en el suelo con un ángulo de depresión "α" y "β" ($\alpha > \beta$). Si la distancia entre dichos objetos es "d". ¿Cuál es la altura del acantilado?

a) d(cotβ - cotα) d) $\dfrac{d}{\tan\alpha - \tan\beta}$

b) $\dfrac{d}{\cot\alpha + \cot\beta}$ e) $\dfrac{d}{\cot\beta - \cot\alpha}$

c) $\dfrac{d}{\tan\alpha + \tan\beta}$

8. Un niño de 1,5 m de estatura divisa una piedra en el suelo con un ángulo de depresión de 37°. ¿A qué distancia del niño se encuentra la piedra?

a) 1 m b) 2 c) 3
d) 2,5 e) 4

9. Desde lo alto de un faro, se observa a un mismo lado, dos barcos anclados, con ángulos de depresión de 53° y 37°. Si los barcos están separados una distancia de 14 m. ¿Cuál es la altura del faro?

a) 16 m b) 12 c) 24
d) 32 e) 8

10. Desde lo alto y bajo de un muro se observa lo alto de un poste con ángulos de elevación de 37° y 45° respectivamente. Si la distancia entre el muro y poste es 8 m. Halle la suma de sus alturas.

a) 6 m b) 8 c) 10
d) 12 e) 16

11. Desde un punto de Tierra se ubica lo alto de un edificio con un ángulo de elevación "α", nos acercamos una distancia "d" y el ángulo de elevación sería "θ". Halle la altura del edificio.

a) $\dfrac{d}{tg\alpha + tg\theta}$

b) $\dfrac{d}{tg\alpha - tg\theta}$

c) $\dfrac{d}{ctg\alpha - ctg\theta}$

d) $\dfrac{d}{ctg\theta - ctg\alpha}$

e) $\dfrac{d}{sen\alpha + sen\theta}$

12. Desde un punto ubicado a 150 m del inicio de un camino inclinado "θ" respecto a la horizontal se ve su parte más alta con ángulo de elevación "α", si: $ctg\alpha - ctg\theta = \dfrac{1}{3}$

¿Qué altura tiene el camino?

a) 150 m b) 80 c) 450
d) 350 e) 240

13. Desde un punto en Tierra se divisa lo alto de un edificio con un ángulo de elevación "α" nos acercamos una distancia igual al doble de la altura del edificio y del ángulo de elevación es ahora "β".
Calcular: $L = cot\alpha - cot\beta$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 6

14. Desde lo alto y bajo de un muro se observa lo alto de un poste con ángulos de elevación de 37° y 45°, respectivamente. Si la distancia entre muro y poste es 8 m, halle la suma de sus alturas.

a) 6 m b) 8 c) 10
d) 12 e) 16

15. Desde lo alto de un muro de 4 m de altura, se divisa lo alto de un edificio de 31 m de altura con un ángulo de elevación de 45°. ¿A qué distancia del edificio se halla el muro?

a) 26 m b) 27 c) 28
d) 31 e) 35

TAREA DOMICILIARIA

1. Desde un punto en Tierra ubicado a 40 m de una Torre, se ubica su parte más alta con un ángulo de elevación de 37°. ¿Cuánto mide la Torre?

a) 130 m b) 60 c) 40
d) 27 e) 36

2. Una persona de 2 m de estatura observa lo alto de un poste con un ángulo de elevación de 37°, si el poste mide 14 m, ¿a qué distancia del poste se encuentra la persona?

a) 12 m b) 16 c) 18
d) 24 e) 36

3. Desde un punto de Tierra ubicado a 4 m de un poste, se divisa su parte más alta con un ángulo de elevación de 37°. ¿Cuál es la altura del poste?

a) 8/3 m b) 4 c) 3
d) 6 e) 9

4. Desde un punto ubicado a 20 m de una Torre, en el suelo, se divisa su parte más alta con un ángulo de elevación de 37°, ¿cuánto mide la Torre?

a) 15 m b) 25 c) 24
d) 36 e) 27

5. Desde un punto en Tierra ubicado a 36 m de una Torre se ve su parte más alta con un ángulo de elevación "β".
Si: $\cos\beta = 2/3$. ¿Cuánto mide la Torre?

a) 48 m b) 36 c) 52
d) 24 e) 18

6. Desde un punto en Tierra se divisa lo alto de un edificio con ángulo de elevación "α", nos acercamos una distancia igual al triple de la altura del edificio y el ángulo de elevación es ahora "θ".
Calcular: $E = ctg\alpha - ctg\theta$

a) 1　　b) 2　　c) 3
d) 4　　e) 5

7. Desde lo alto de un edificio se ve un punto en Tierra con ángulo de depresión "α" y otro punto ubicado a la mitad entre el primer punto y el edificio con ángulo de depresión $90° - \alpha$.
Calcular: $ctg^2\alpha$

a) 1　　b) 2　　c) $\sqrt{2}$
d) 4　　e) 1/2

8. Desde lo alto de un edificio de 24 m de altura se divisan dos objetivos en Tierra con ángulos de depresión 45° y 37°. Si los objetivos están a un mismo lado del edificio. ¿Qué distancia los separa?

a) 3 m　　b) 4　　c) 6
d) 8　　e) 10

9. Desde lo alto de una Torre se divisan dos puntos en Tierra "A" y "B", con ángulos de depresión "α" y "$90° - \alpha$" respectivamente.
Si: "A" equidista de la Torre y de "B", calcular "$\cot\alpha$"

a) 1　　b) 2　　c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
d) $\sqrt{2}$　　e) $\sqrt{3}$

10. Desde lo alto de un poste se divisa un objeto en el suelo con un ángulo de depresión "α" ($\cot\alpha = 4$). Si el objeto se halla a 20 m del poste, ¿qué altura tiene el poste?

a) 2 m　　b) 3　　c) 4
d) 5　　e) 10

11. Una persona colocada a 36 m de una Torre observa su parte más alta con ángulo de elevación "α" ($tg\alpha = \frac{7}{12}$). ¿Qué distancia habría que alejarse para que el ángulo de elevación sea θ? (Donde: $tg\theta = \frac{1}{4}$)

a) 12 m　　b) 13　　c) 18
d) 15　　e) 20

12. Desde un punto en Tierra se observa lo alto de una Torre con un ángulo de elevación cuya tangente vale 1/2, si nos alejamos 20 m, el ángulo de elevación tiene ahora como tangente a 1/4. Calcular la altura de la Torre.

a) 40 m　　b) 20　　c) 10
d) 5　　e) 4

13. Desde un punto en Tierra, se divisa lo alto de un edificio con un ángulo de elevación "α". Si la altura del edificio es "h". ¿A qué distancia del edificio se encuentra el punto de observación?

a) $h\operatorname{sen}\alpha$　　b) $h\cos\alpha$　　c) $h\tan\alpha$
d) $h\cot\alpha$　　e) $h\sec\alpha$

14. Desde un punto en Tierra ubicado a una distancia de 20 m de una Torre, se divisa su parte más alta con un ángulo de elevación "α". Calcular la altura de la Torre, si:

$$\tan\alpha = \frac{3}{2}$$

a) 10 m　　b) 20　　c) 30
d) 40　　e) 50

15. Desde un punto en Tierra se ve lo alto de un poste con ángulo de elevación de "α" nos acercamos "x" y el ángulo de elevación sería "β". Si la altura del poste es "h", hallar "x".

a) $h(\tan\alpha - \tan\beta)$　　d) $h(\cot\beta - \cot\alpha)$
b) $h(\tan\beta - \tan\alpha)$　　e) $h(\cot\alpha + \tan\beta)$
c) $h(\cot\alpha - \cot\beta)$

SESIÓN 8: REDUCCIÓN AL PRIMER CUADRANTE

REDUCCIÓN AL PRIMER CUADRANTE DE ARCOS POSITIVOS MENORES DE UNA VUELTA

Consiste en comparar el valor de las razones trigonométricas de un ángulo de cualquier magnitud con respecto al valor de la razón trigonométrica de un ángulo del primer cuadrante (agudo). Para poder entender mejor daremos las siguientes observaciones :

I. Razones trigonométricas de ángulos negativos

$\text{Sen}(-\alpha) = -\text{Sen}\,\alpha$
$\text{Cos}(-\alpha) = \text{Cos}\,\alpha$
$\text{Tg}(-\alpha) = -\text{Tg}\,\alpha$

$\text{Ctg}(-\alpha) = -\text{Ctg}\,\alpha$
$\text{Sec}(-\alpha) = \text{Sec}\,\alpha$
$\text{Csc}(-\alpha) = -\text{Csc}\,\alpha$

II. Cofunción ó Co -razón

$\text{Sen} \rightleftarrows \text{Cos}$ $\qquad$ $\text{Tg} \rightleftarrows \text{Ctg}$ $\qquad$ $\text{Sec} \rightleftarrows \text{Csc}$

III.III.

Permanece igual

$$\boxed{R.T.\begin{pmatrix}180° \pm \alpha \\ 360° - \alpha\end{pmatrix} = \pm R.T.(\alpha)}$$

Depende del cuadrante

Ejemplo : $\quad$ Tg 300° $\qquad$ (300° $\in$ IV)

$\text{Tg}\,300° = \text{Tg}\,(360° - 60°) = -\text{Tg}\,60° = -\sqrt{3}$

(en el IVC la Tg es -)

$\therefore\ \text{Tg}\,300° = -\sqrt{3}$

cambia

$$\boxed{R.T.\begin{pmatrix}90° + \alpha \\ 270° \pm \alpha\end{pmatrix} = \pm\, Co.R.T.(\alpha)}$$

Depende del cuadrante

Ejemplo : $\quad$ Sen 120° $\qquad$ (120° $\in$ IIC)

Cambia por su co - razón

$\text{Sen}\,120° = \text{Sen}\,(90° + 30°) = +\text{Cos}\,30° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

(en el IIC el Sen es +)

$\therefore\ \text{Sen}\,120° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Reducir : $E = \dfrac{Sen(-x)}{Sen\,x} + \dfrac{Cos(-x)}{-Cos\,x}$

a) -1 c) -2 c) 0
d) 1 e) 3

2. Reducir : E = Sen (-x) Csc (-x) + Tg x Ctg (-x)

a) 0 b) -1 c) 1
d) 2 e) -2

3. Simplificar : $\dfrac{Sen(-x)}{Sen\,x} + \dfrac{Tg(x-y)}{Tg(y-x)}$

a) 1 b) 2 c) -2
d) -1 e) 0

4. Calcular el valor de Sen 120° . Cos 330°

a) $\sqrt{3}/4$ b) $\sqrt{3}/2$ c) 1/4
d) 3/4 e) 1

5. Calcular el valor de :
E = Sen 150° - Cos 120° + Tg 135°

a) -2 b) -1 c) 0
d) 1 e) 2

6. Simplificar : $\dfrac{3\,Sen\,20° - 2\,Cos110°}{Cos\,70°}$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

7. Afirmar si es "V" ó "F" :

I. $Tg(\pi - x) = -Tg\,x$
II. $Csc(2\pi - x) = Csc\,x$
III. $Cos\left(\dfrac{3\pi}{2} + x\right) = -Sen\,x$

a) FVF b) VFV c) FVV
d) VFF e) VVF

8. Reducir : $\dfrac{Tg(\pi - x)}{Tg(-x)} - \dfrac{Cos(x-\pi)}{Cos(2\pi - x)}$

a) $\sqrt{2}$ b) -3 c) 1
d) 2 e) 5

9. Simplificar : $E = \dfrac{Csc(270° + x) + Sec(90° + x)}{Sec(360° - x) + Csc(180° - x)}$

a) -1 b) 0 c) 1
d) 2 e) 2 Tg x

10. Reducir : $E = \dfrac{Sen(\pi + x)\,Tg\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right)}{Ctg(2\pi - x)\,Sen(2\pi + x)}$

a) 1 b) 2 c) -1
d) -2 e) 3

11. Simplificar : $E = \dfrac{Sen(90° - x)}{Sen\left(\dfrac{3\pi}{2} + x\right)} + \dfrac{Tg(270° - x)}{Tg\left(\dfrac{\pi}{2} + x\right)}$

a) -2 b) -1 c) 0
d) 1 e) 2

12. Simplificar :
E = Cos10° + Cos20° + Cos30° + ... + Cos170° + Cos180°

a) 1 b) 0 c) -1
d) 1/2 e) -1/2

13. Si : $x + y = 2\pi$. Calcular :
Tg x + Sen x + Tg y + Sen y

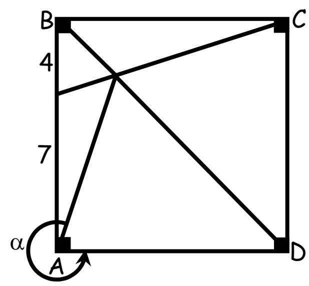
a) 1 b) 2 c) -1
d) 0 e) -2

14. Si : $\alpha + \beta = 270°$, reducir : $\dfrac{Sen\,\alpha}{Cos\,\beta} + Tg\,\alpha\,Tg\,\beta$

a) -1 b) -2 c) 0
d) 1 e) 2

15. Calcule Tg α si ABCD es un cuadrado

a) -11/3
b) 11/7
c) -7/4
d) -11/4
e) 7/3



TAREA DOMICILIARIA

1. Reducir : $E = \dfrac{Sen(-x) + Tg(-x)}{Sen x + Tg x}$

a) 1 b) -1 c) -2
d) 2 e) 0

2. Calcular : $E = \dfrac{Sen(-37°)}{Cos(-60°)} + \dfrac{Csc(-30°)}{Sec(-53°)}$

a) 0 b) 1 c) -12/5
d) 12/5 e) -1

3. Calcular : $E = \dfrac{4 Sen^2 300 - Cos\,120°}{3 Tg^3 135°}$

a) 1 b) -7/6 c) 7/6
d) 7/3 e) -7/3

4. Calcular el valor de :
$E = Sen\,150° + Cos\,240° - Tg\,315°$

a) -2 b) 0 c) 1
d) 2 e) 3

5. Calcular : $E = Cos\,150° - Sen\,240° + Tg\,300°$

a) 0 b) $-\sqrt{3}$ c) $-\sqrt{3}/3$
d) $\sqrt{3}$ e) $-2\sqrt{3}$

6. Simplificar : $\dfrac{Sen 140° + Cos 50°}{Cos 130°}$

a) -2 b) 2 c) 2 Ctg 50°
d) 2 Tg 40° e) -2 Tg 40°

7. Afirmar si es "V" ó "F"

I. $Sen(\pi + x) = Sen\,x$
II. $Sec\left(\dfrac{3\pi}{2} + x\right) = Csc\,(x)$
III. $Tg\,(2\pi - x) = Tg\,x$

a) VFV b) VFF c) VVF
d) FVF e) VVV

8. Afirmar si es "V" ó "F"

I. $Tg\,(x + \pi) = Tg\,x$
II. $Cos\left(x + \dfrac{3\pi}{2}\right) = -Sen\,x$
III. $Csc\,(x + 2\pi) = Csc\,x$

a) VFV b) VFF c) FVV
d) FVF e) VVF

9. Reducir :
$E = \dfrac{Tg(180° + x)\,Sen(360° - x)}{Ctg(90° + x)} - Cos\,(90° + x)$

a) Sen x b) 2 Sen x c) -2 Sen x
d) Cos x e) 2 Cos x

10. Simplificar : $E = \dfrac{Cos(90° + x)}{Cos\left(\dfrac{3\pi}{2} - x\right)} + \dfrac{Ctg(270° + x)}{Ctg\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right)}$

a) 0 b) -1 c) 1
d) -2 e) 2

11. Simplificar : $E = \dfrac{Cos(180° - x)}{Cos(2\pi - x)} - \dfrac{Ctg(360° - x)}{Ctg(\pi + x)}$

a) -2 b) -1 c) 0
d) 1 e) 2

12. Reducir : $E = \dfrac{Sen(180° + x)}{Sen(2\pi - x)} + \dfrac{Tg(360° - x)}{Tg(\pi - x)}$

a) 0 b) -2 c) 2
d) -1 e) 1

13. Simplificar : $E = \dfrac{Csc(270° - x) - Sec(90° - x)}{Sec(360° - x) - Csc(180° + x)}$

a) b) c)
d) e)

14. Calcular :
$E = Sec 40° + Sec 80° + Sec 100° + Sec 120° + Sec 140°$

a) 1 b) -1 c) 2
d) -2 e) $2\sqrt{2}$

15. Si $x + y = \pi$. Calcular :

$E = \dfrac{3 Sen x\, Cos \frac{y}{2}}{Sen y\, Sen \frac{x}{2}} - \dfrac{2 Tg 2x\, Csc y}{Tg 2y\, Csc x}$

a) 5 b) 4 c) 3
d) 2 e) 1

REDUCCIÓN AL PRIMER CUADRANTE II

REDUCCIÓN PARA ÁNGULOS POSITIVOS MAYORES DE UNA VUELTA

Para este caso bastará con dividir a la variable angular por 360° o su equivalente 2π rad, para finalmente trabajar con el residuo. Si el residuo no pertenece al primer cuadrante, deberá utilizarse la reducción explicada en el capítulo anterior.

$$\begin{array}{r|l} \alpha & 360^\circ \\ \hline & K \\ \beta & \end{array} \quad \Rightarrow \quad \alpha = 360^\circ K + \beta \quad \Rightarrow \quad \boxed{R.T.(\alpha) = R.T.(\beta)}$$

APLICACIONES :

Reducir al primer cuadrante :

1. Sen 1985°

$$\begin{array}{r|l} 1985^\circ & 360^\circ \\ \hline \underline{1800^\circ} & 5 \\ \text{Residuo} \rightarrow 185^\circ & \end{array}$$

Luego :

Sen 1985° = Sen 185°

= Sen (180° + 5°) …… (*)

= -Sen 5°

∴ Sen 1985° = -Sen 5°

2. Tg 5535°

$$\begin{array}{r|l} 5535^\circ & 360^\circ \\ \hline \underline{5400^\circ} & 15 \\ \text{Residuo} \rightarrow 135^\circ & \end{array}$$

Luego :

Tg 5535° = Tg 135°

= Tg (90° + 45°) …… (*)

= -Ctg 45°

∴ Tg 5535° = -1

¡NO TE OLVIDES!

Los pasos (*), pertenecientes al capitulo anterior.

3. Sen (-2400°)

Sen (-2400°) = -Sen 2400°

$$\begin{array}{r|l} 2400^\circ & 360^\circ \\ \hline \underline{2160^\circ} & 6 \\ \text{Residuo} \rightarrow 240^\circ & \end{array}$$

Luego :

-Sen 2400° = -Sen 240°

= -Sen (180° + 60°) …… (*)

= -(-Sen 60°) = Sen 60°

∴ Sen (-2400°) = $\frac{\sqrt{3}}{2}$

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Calcular Sen 7290°

a) 1 b) 0 c) -1
d) 1/2 e) -1/2

2. Calcular el valor de :

E = Sen 36270° Cos 36180°

a) 0 b) -1 c) 1
d) 1/2 e) -1/2

3. Calcular el valor de : E = Tg 1920° Ctg 36135°

a) $-\sqrt{3}/3$ b) $-\sqrt{3}$ c) 1
d) $\sqrt{3}/3$ e) $\sqrt{3}$

4. Calcular : $\dfrac{\text{Sen}\,1170° - \text{Cos}\,3780°}{\text{Sen}^2\,990°}$

a) -1 b) 2 c) -2
d) 1 e) 0

5. Reducir : Cos (140π + x)

a) Cos x b) Sen x c) -Sen x
d) -Cos x e) 0

6. Reducir : Tg (16π - x)

a) Tg x b) -Tg x c) Ctg x
d) -Ctg x e) 0

7. Calcular el valor de : $E = \text{Ctg}\left(\dfrac{91\pi}{12}\right) - \text{Tg}\left(\dfrac{70\pi}{3}\right)$

a) -2 b) $2\sqrt{3}$ c) $-\sqrt{3}$
d) 1 e) $-\sqrt{3}/3$

8. Simplificar : $\dfrac{\text{Sen}\left(\dfrac{17\pi}{2}+x\right)\text{Cos}(153\pi - x)}{\text{Tg}\left(\dfrac{135\pi}{2}-x\right)}$

a) Sen x Cos x d) $-\text{Ctg}^2$ x
b) -Sen x Cos x e) Sec x Csc x
c) Tg^2 x

9. Completar (indicando "V" ó "F" según corresponda)

* Cos (179π + x) = -Cos x (   )
* $\text{Sen}\left(\dfrac{435\pi}{2}+x\right)$ = -Cos x (   )
* $\text{Tg}\left(\dfrac{2721\pi}{2}-x\right)$ = -Ctg x (   )

10. Simplificar :

$$\dfrac{\text{Tg}\left(\dfrac{5\pi}{2}+x\right)\text{Sen}\left(\dfrac{7\pi}{2}-x\right)\text{Sec}\left(\dfrac{9\pi}{2}+x\right)}{\text{Cos}(5\pi+x)\,\text{Csc}(7\pi-x)\,\text{Ctg}(9\pi+x)}$$

a) Ctg x b) -1 c) 1
d) -2 e) 2

11. Reducir : $E = \dfrac{\text{Tg}(21\pi+x)}{\text{Tg}(-x)} + \dfrac{\text{Sen}\left(\dfrac{243\pi}{2}+x\right)}{\text{Cos}(-x)}$

a) 2 b) 0 c) -2
d) -1 e) 1

12. Simplificar :

$E = \dfrac{\text{Sen}(4\pi-x)}{\text{Sen}(-x)} + \dfrac{\text{Cos}(-x)}{\text{Cos}(5\pi-x)} + \text{Tg}\,6\pi$

a) 1 b) 2 c) -1
d) -2 e) 0

13. Simplificar :

E = 2 Tg (1485) + 6 Cos 2200° - 2 Sen 750°

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

14. Si : x + y = 900°

3 Sen x = 1 + Sen y

Calcular Cos y

a) 1/2 b) $-\sqrt{3}/2$ c) -1/2
d) $\sqrt{3}/2$ e) 1/4

15. Calcular "θ" que verifica la igualdad :

$\text{Sen}\,\dfrac{4\pi}{11} = \text{Sen}\,\theta\ \text{Sen}\,\dfrac{7\pi}{11}$

a) 0 b) π/4 c) π/2
d) π e) π/2

TAREA DOMICILIARIA Nº 5

1. Calcular : Cos 750°

a) 1/2 b) $-\sqrt{3}/2$ c) 3/4
d) $\sqrt{3}$ e) $\sqrt{3}/2$

2. Calcular : Sen 4020°

a) 1/2 b) $\sqrt{2}/2$ c) $\sqrt{3}/2$
d) $-\sqrt{3}/2$ e) $-\sqrt{2}/2$

3. Calcular : Sen 2610°

a) 1/2 b) $\sqrt{2}/2$ c) $\sqrt{3}/2$
d) 1 e) 0

4. Calcular : Cos 5380°

a) 1/2 b) -1/2 c) 1/3
d) -1/3 e) 1/4

5. Calcular : Tg 2933°

a) 3/4 b) -3/4 c) 4/3
d) -4/3 e) -3/5

6. Calcular : E = Csc 690° Tg 600°

a) -1 b) $\sqrt{3}$ c) 1
d) $-2\sqrt{3}$ e) $-\sqrt{3}$

7. Simplificar : $E = \dfrac{\text{Sen } 500°}{\text{Sen } 400°} + \dfrac{\text{Cos } 740°}{\text{Cos } 520°}$

a) 1 b) 2 c) -2
d) -1 e) 0

8. Calcular el valor de :
$E = \text{Sen }(135\pi + x)\ \text{Sec}\left(\dfrac{97\pi}{2} + x\right)$

a) -1 b) 0 c) 1
d) 1/2 e) 2

9. Calcular el valor de :
$E = \text{Tg }(100\pi + x)\ \text{Tg}\left(\dfrac{83\pi}{2} - x\right)$

a) -1 b) 0 c) 1
d) -2 e) 2

10. Reducir : $E = \dfrac{\text{Sen}(24\pi + x)}{\text{Cos}(4\pi - x)} + \text{Tg }(80\pi - x)$

a) 2 tg x b) -2 Tg x c) 0
d) 1 e) -2

11. Reducir : $E = \dfrac{\text{Sen}(12\pi + x) - \text{Sen}(8\pi - x)}{\text{Cos}(26\pi + x) - \text{Cos}(14\pi - x)}$

a) Tg x b) Ctg x c) Sen x
d) 1 e) 0

12. Calcular : $E = \dfrac{\text{Sen } 900° + \text{Cos}^2\ 540°}{\text{Sen}^4\ 3870°}$

a) 1 b) 2 c) -1
d) -2 e) 0

13. Calcular : E = 8 Csc 2130° - 5 Ctg 855° + 2 Sen 450°

a) -12 b) -11 c) -10
d) -9 e) -8

14. Calcular : $E = 2\text{Sen}\dfrac{25\pi}{6} + 4\text{Tg}\dfrac{4\pi}{4} + 5\text{Cos}\dfrac{4\pi}{2}$

a) 5 b) 4 c) 3
d) 2 e) 1

15. Calcular el valor positivo de "x"
$\text{Sen}\dfrac{75\pi}{11} = \text{Sen}\dfrac{x\pi}{11}$ $\qquad x \neq 75$

a) 1 b) 2 c) 7
d) 9 e) 4