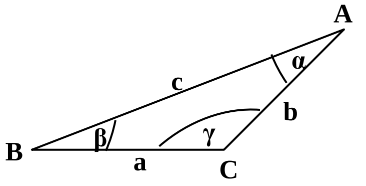
LEY DE SENOS

Ya hemos visto como resolver triángulos rectángulos ahora veremos todas las técnicas para resolver triángulos generales.



Este es un triángulo ABC el ángulo α se escribe en el vértice de A, el ángulo β se escribe en el vértice de B y el ángulo γ se escribe en el vértice de C.
Los lados que están opuestos al los vértices ABC y los escribimos con una letra minúscula abc.

Este tipo de triángulos los podemos resolver utilizando la ley de senos o la ley de cosenos.

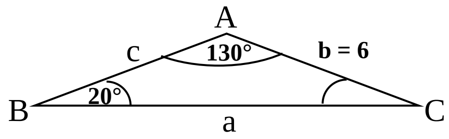
La fórmula para la ley de senos es:

$\frac{\sin\alpha}{a}=\frac{\sin\beta}{b}=\frac{\sin\gamma}{c}$ **no hay diferencia si la tomas así:** $\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin\beta}=\frac{c}{\sin\gamma}$ **pero no las puedes mezclar.**

El primer caso es de dos ángulos y un lado.
Determina las partes restantes del triángulo si $\beta=20°$ **,** $\alpha=130°$ **y b = 6.**

Procedimiento: **ordena los datos del problema como se te indica a continuación.**

$\alpha=$ 130° a = **13.44**
$\beta=$ 20° b = 6
$\gamma=$ **30°** c = **8.77**



1) **La suma de los ángulos internos de cualquier triángulo = 180°**

$\gamma=180-(130+20)=30°$ escribe la respuesta en nuestro cuadro.

2) Observamos que tenemos los valores de β y b por lo que las colocamos en nuestra fórmula y buscamos el lado a.

$$\frac{\sin 130}{a}=\frac{\sin 20}{6}$$ **despejamos a**

$$\frac{\sin 130*6}{\sin 20}=a$$

$$\approx 13.44=a$$ **colocamos nuestra respuesta en el cuadro**

3) Tomamos de nuevo los datos que tenemos seguros del problema que son β y b, porque pude haberme equivocado en la respuesta anterior y tener esta mala también.

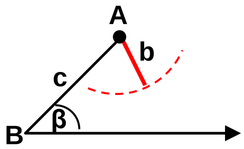
$$\frac{\sin 30}{c}=\frac{\sin 20}{6}$$

$$\frac{\sin 30*6}{\sin 20}=c \qquad \approx 8.77=c$$

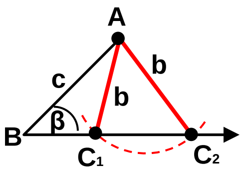
Segundo caso: dos lados y un ángulo opuesto alguno de los lados.

En este caso pueden derivarse cuatro caso diferentes:

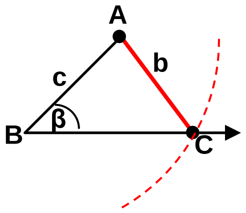
Supongamos que los lados c, b y el ángulo β se nos especifican, dibujamos el ángulo β y el lado c para localizar los vértices A y B, luego tomamos la medida de b con un compás lo cual corresponde al radio y lo trazamos desde el vértice A formando un arco. Aquí pueden surgir cuatro posibilidades:



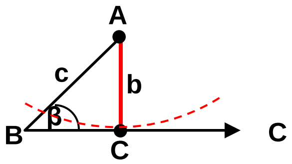
NO EXISTE TRIANGULO



SE FORMAN 2 TRIANGULOS



SE FORMA UN SOLO TRIANGULO



SE FORMA UN TRIANGULO RECTANGULO

Ejemplo: encuentra las partes restantes del triángulo

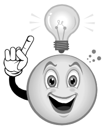
$\alpha =$ $\qquad$ a =

$\beta =$ 50° $\quad$ b = 5

$\gamma =$ $\qquad$ c = 6

Primero: tomo β con b y c para hallar γ

$$\frac{\sin 50}{5} = \frac{\sin\gamma}{6} \qquad \frac{\sin 50 * 6}{5} = \sin\gamma \qquad \approx 0.9193 = \sin\gamma$$



En este momento razono si existe triángulo o no

"el seno existe si se encuentra entre 1 y -1"

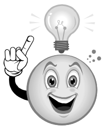
1) mi resultado 0.9193 ¿es mayor que 1? no.

2) mi resultado 0.9193 ¿es menor que -1? no.

Entonces EXISTE TRIANGULO.

Si el resultado fuera mayor ó menor que 1 ó -1 entonces NO EXISTE TRIANGULO y solamente escribo no existe triángulo.

$$\approx 0.9193 = \sin\gamma \qquad \sin^{-1} 0.9193 = \gamma \qquad 66.82° = \gamma$$



En este momento razono si hay 1 ó 2 triángulos

1) Tomo el resultado del ángulo que me dio 66.82° y lo resto de 180°.

   180° - 66.82° = 113.18°

2) Tomo los datos iniciales y los copio como posible segundo triángulo

Primer triángulo		**Posible segundo triángulo**	
$\alpha =$	a =	$\alpha =$	a =
$\beta = 50°$	b = 5	$\beta =$ 50°	b = 5
$\gamma =$	c = 6	$\gamma =$	c = 6

1) El primer resultado **66.82°** lo escribo en el cuadro de datos del inicio del problema.

Primer triángulo		**Posible segundo triángulo**	
$\alpha =$	$a =$	$\alpha =$	$a =$
$\beta = 50°$	$b = 5$	$\beta = 50°$	$b = 5$
$\gamma = \mathbf{66.82°}$	$c = 6$	$\gamma =$	$c = 6$

2) Copio de nuevo el cuadro inicial de datos y escribo el segundo resultado **113.18°.**

Primer triángulo		**Posible segundo triángulo**	
$\alpha =$	$a =$	$\alpha =$	$a =$
$\beta = 50°$	$b = 5$	$\beta = 50°$	$b = 5$
$\gamma = \mathbf{66.82°}$	$c = 6$	$\gamma = \mathbf{113.18°}$	$c = 6$

3) Recuerda que la suma de los ángulos internos de cualquier triángulo es 180°.

Ahora encontramos el valor de α en el primer triángulo

$$180-(50+66.82)=63.18$$

coloca el resultado en el cuadro del primer triángulo.

Ahora encontramos el valor de α en el posible segundo triángulo

$$180-(50+113.18)=16.82$$

como el resultado es positivo y la sumatoria no no es mayor de 180° **entonces HAY DOS TRIANGULOS**

Primer triángulo		**Segundo triángulo**	
$\alpha = \mathbf{63.18}$	$a =$	$\alpha = \mathbf{16.82}$	$a =$
$\beta = 50°$	$b = 5$	$\beta = 50°$	$b = 5$
$\gamma = \mathbf{66.82°}$	$c = 6$	$\gamma = \mathbf{113.18}$	$c = 6$

Por último resuelvo el lado a para el primero y segundo triángulo y con esto habrás finalizado.

$$\frac{\sin 63.18}{a_1}=\frac{\sin 50}{5}$$

$$\frac{\sin 63.18 * 5}{\sin 50}=a_1$$

$$\approx 5.83 = a_1$$

$$\frac{\sin 16.82}{a_2}=\frac{\sin 50}{5}$$

$$\frac{\sin 16.82 * 5}{\sin 50}=a_2$$

$$\approx 1.89 = a_2$$

Nombre: ____

LEY DE SENOS 1

Encuentre las partes restantes de cada uno de los triángulos. No se te olvide parar y razonar para saber si hay un triángulo, ninguno o dos triángulos.

1) $\beta = 20°$, $\gamma = 80°$ **y c = 7**
2) $\alpha = 40°$, $\gamma = 76°$ **y a = 10**
3) $\beta = 49°\ 40'$, $\gamma = 60°20'$ **y c = 540**
4) $\beta = 60°$, **a = 15 y b = 10**
5) $\alpha = 112$, **a = 7 y b = 18**
6) $\gamma = 81°$, **c = 11 y b = 12**
7) $\gamma = 47.73°$, **b = 131.07 c = 97.83**
8) $\beta = 121.624°$ **b = 0.283 c = 0.178**
9) $\gamma = 53°20'$, **a = 140 y c = 115**
10) $\gamma = 15°$, **a = 12 y c = 8**

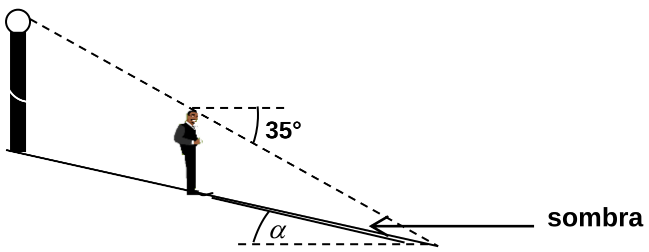
LEY DE SENOS 2
PROBLEMAS

1) **Dos piedras se encuentran a la orilla de una playa a una distancia uno de otro de 1.8 Km. en los puntos A y B, y se encuentra una bolla situada en un punto C. Si la piedra A mide un ángulo CAB igual a 79.3° y el que está en B mide un ángulo CBA igual a 43.6°, ¿a qué distancia está la bolla de la costa?**

2) **Un poste forma un ángulo de 79° con el piso. El ángulo de elevación del sol desde el piso es de 69°. Encuentre la longitud del poste si su sombra es de 5.9 m.**

3) **Si medimos los ángulos de elevación de una montaña desde lo más alto y desde la base de una torre de 20 metros de alto y éstos son 38.5° y 40.2° respectivamente ¿Cuál es la altura de la montaña?**

4) **Un hombre de 5 pies 9 pulgadas de altura se para en un andén que se inclina hacia abajo con un ángulo constante. Un poste vertical de luz situado directamente detrás de él proyecta una sombra de 18 pies de largo. El ángulo de depresión desde la mayor altura del hombre, hasta la punta de su sobra es de 31° encuentre el ángulo α , como se muestra en la figura, formado por el andén y la horizontal.**



5) **Si el hombre del problema anterior esta a 22 pies del poste de luz sobre el andén, encuentre la altura del poste.**